



Article from
Risk Management
September 2019
Issue 45

Méthodes d'évaluation des flux de trésorerie qui dépassent la courbe de rendement maximale

Par Benjamin Leiser et Jack Kerbeshian

En 2018, le cabinet Risk & Regulatory Consulting a mené une étude sur les méthodes utilisées pour extrapoler la courbe de rendement afin d'évaluer les flux de trésorerie du passif qui s'étendent au-delà de la portion maximale observable de la courbe de rendement. Cette étude a été parrainée par le Committee on Finance Research de la Society of Actuaries (SOA). Nous avons effectué des recherches sur les méthodes disponibles en théorie et utilisées en pratique et nous avons également élaboré et fourni des questionnaires à un vaste groupe d'experts en la matière très bien représentés dans l'industrie pour commenter ces méthodes, dans le but de donner une vue d'ensemble des méthodes d'extrapolation de la courbe de rendement. Nous avons élaboré le questionnaire d'entrevue à partir d'un premier examen des ouvrages disponibles et nous avons abordé des sujets tels :

- les approches sectorielles pour extrapoler la courbe de rendement et les situations (produits spécifiques, applications particulières) dans lesquelles chaque méthode est utilisée;



- les principales hypothèses et méthodes prises en compte dans l'extrapolation de la courbe de rendement;
- les avantages et les inconvénients des diverses approches;
- les problèmes pratiques découlant de diverses méthodes.

Nous avons ensuite ajouté à la recherche initiale les résultats du sondage et des entrevues, y compris les problèmes théoriques et pratiques relevés au sujet des méthodes. La recherche et le sondage comportaient tous deux des détails sur la façon dont ces méthodes sont appliquées, ainsi que des observations sur les avantages, les inconvénients et la prévalence de leur utilisation. Le présent article résume notre étude. La version intégrale du rapport, y compris un résumé des points de vue des experts, se trouve sur le site Web de la SOA (www.soa.org/resources/research-reports/2019/yield-curve-report/).

APERÇU

L'un des concepts les plus fondamentaux de la pratique actuarielle réside dans la valeur temps de l'argent. Pour tous les travaux dans le cadre desquels des flux de trésorerie futurs sont autorisés, notamment le provisionnement ou la tarification, il est naturel de recourir à l'actualisation pour qu'un montant d'argent suffisant puisse être réservé aujourd'hui, ce qui permet un rendement futur des placements.

Les courbes de rendement sans risque constituent la pierre angulaire de l'évaluation des créances financières futures et des travaux de gestion des risques à long terme. Malgré leur importance fondamentale, il s'avère que la mesure et l'estimation de taux d'intérêt sans risque convenables posent des défis de taille.

Le passif à long terme des institutions financières dépasse souvent celui des instruments disponibles sur le marché. Pour déterminer la valeur de ces créances à long terme et évaluer le risque, les spécialistes doivent extrapoler les courbes de rendement pour générer un ensemble de « prix » pour les prix supposés et déduits des obligations à escompte au-delà de l'échéance du flux de trésorerie négocié le plus long. Une bonne méthode d'estimation de la courbe de rendement doit produire des courbes extrapolées qui sont crédibles à un moment précis et pour lesquelles les variations des taux extrapolés dans le temps peuvent être justifiées.

EXTRAPOLATION

La construction des courbes de rendement exige deux tâches fondamentales : premièrement, la collecte de données du marché et l'application d'une courbe continue jusqu'à l'échéance de l'instrument du marché le plus long et fiable, et deuxièmement, extrapoler à partir des données de marché fiables les plus longues vers une certaine hypothèse à long terme des taux d'intérêt à terme.

L'extrapolation exige également la réponse à deux questions au sujet de la trajectoire des taux d'intérêt à terme au-delà du point de données du marché le plus long :

1. Quelle hypothèse convient au taux d'intérêt à terme inconditionnel à échéance infinie?
2. Quelle est la trajectoire choisie entre le taux à terme du marché le plus long (lissé) et ce taux à long terme? Plus particulièrement, l'analyste doit déterminer la vitesse à laquelle le taux à terme extrapolé tend vers l'asymptote à long terme.

Une bonne méthode d'estimation de la courbe de rendement doit produire des courbes extrapolées qui sont crédibles à un moment précis et pour lesquelles les variations des taux extrapolés dans le temps peuvent être justifiées.

L'objectif initial de l'extrapolation de la courbe de rendement selon de nombreuses méthodes consiste à déterminer un taux à terme ultime à long terme (TTU) vers lequel convergera la courbe de rendement observable. Les composantes du TTU sont les suivantes (a + b + c - d) :

- a. L'inflation future attendue.
- b. Le taux réel attendu à court terme, qui correspond au taux nominal attendu à court terme réduit de l'inflation future attendue.
- c. Les primes de terme, c'est-à-dire les rendements additionnels auxquels un investisseur peut s'attendre à titre de compensation pour l'investissement à long terme, sont représentées par la différence entre le taux à terme et le taux d'intérêt futur attendu à court terme. La prime de terme sert de compensation pour la conservation d'obligations à long terme, dont la valeur fluctue en raison de l'incertitude des taux d'intérêt, exposant le détenteur à des pertes aux prix du marché. Les primes de terme comportent les éléments suivants :
 - **Primes de risque.** Pour immobiliser des placements à long terme, les investisseurs exigent une prime qui sert de compensation pour la conservation d'obligations à long terme, dont la valeur fluctue en raison de l'incertitude des taux d'intérêt, exposant le détenteur à des pertes aux prix du marché (à ne pas confondre avec les primes de risque de crédit et les primes de risque lié aux capitaux propres).

- **Préférence de terme.** La demande de titres d'État à long terme de la part des grands investisseurs institutionnels peut entraîner une baisse des taux à terme à long terme parce que les obligations à long terme offrent un meilleur appariement avec le passif et constituent des investissements moins risqués pour ces investisseurs.
- d. Les effets de la convexité. Les placements à revenu fixe ont une convexité positive, ce qui peut faire en sorte que les obligations à long terme se négocient à des valeurs plus élevées (rendements plus faibles). L'ajustement de la convexité découle de la relation non linéaire (convexe) entre les taux d'intérêt et les prix des obligations.

EXEMPLES DE MÉTHODES

Lorsque le TTU est déterminé, l'étape suivante consiste à établir la méthode pertinente pour étendre ou extrapoler la courbe de rendement au-delà de l'univers actuel des placements. Dans la présente section, nous énumérons plusieurs méthodes et quelques détails sur chacune.

La méthode d'extrapolation simple

Cette méthode d'extrapolation simple est facile à appliquer. Elle comporte deux variantes :

- **La méthode monopôle simple.** Cette méthode suppose un seul taux à terme constant pour toutes les durées supérieures à 30.
- **La méthode dipôle simple.** Cette variante utilise le taux à terme maximal observable (souvent 30 ans) au-delà de ce point.

La méthode d'extrapolation à taux fixe

La méthode d'extrapolation à taux fixe est semblable à la méthode d'extrapolation simple. Elle suppose que le taux au comptant observable le plus long est prolongé indéfiniment dans toute la partie non observable de la courbe de rendement. Pour toute extrapolation, le taux long est garanti et il est limité; toutefois, il ne demeurera pas constant d'une période à l'autre. L'utilisation de la courbe de rendement observable est faible, car l'extrapolation repose entièrement sur le taux observable le plus long. Le seul facteur qui sous-tend le modèle est le taux observable le plus long, et bien que ce taux soit fondé sur une quantité négociable, il pourrait être limité lorsque la liquidité est faible.

Méthode d'extrapolation linéaire de premier ordre

La méthode d'extrapolation linéaire de premier ordre suppose l'existence d'une relation linéaire de premier ordre entre les taux à terme au-delà du plus long taux au comptant observable. Les deux facteurs qui sous-tendent le modèle sont le gradient (pente des taux) et l'échelle (niveau des taux). Si les deux

facteurs sont déterminés exclusivement à partir de la courbe de rendement observable, ils pourront être couverts. Cette méthode suppose que les taux à terme au-delà de M années suivent une progression linéaire de premier ordre de la forme

$$f_+(\tau) = a + b \times \tau, \tau > M,$$

où

- a et b sont les paramètres de l'extrapolation, estimés au moyen des moindres carrés;
- τ représente la durée du taux à terme;
- M représente le terme du taux au comptant observable (et négociable) le plus long.

Autres méthodes d'extrapolation linéaire de premier ordre

Il convient de discuter de deux autres méthodes d'extrapolation de premier ordre :

- **Méthode d'extrapolation des taux au comptant selon la puissance.** Ce modèle suppose que les taux à terme au-delà du plus long taux au comptant observable suivent une relation de puissance. Cette méthode suppose que les taux à terme au-delà de M années suivent une progression de puissance de la forme

$$f_+(\tau) = a \times \tau^b, \tau > M.$$
- **Méthode d'extrapolation des taux au comptant exponentiels.** Cette méthode suppose que les taux à terme

au-delà du taux au comptant observable le plus long suivent une relation exponentielle. Elle suppose que les taux à terme au-delà de M années suivent une progression exponentielle de la forme

$$f_+(\tau) = a \times e^{b\tau}, \tau > M.$$

Méthodes d'extrapolation de Nelson-Siegel/Svensson

Les méthodes d'extrapolation de Nelson-Siegel/Svensson font moins appel aux taux au comptant à 30 ans aux fins d'extrapolation; par conséquent, les portefeuilles de couverture dérivés à l'aide de ces méthodes tendent à être fortement répartis entre les taux d'intérêt négociables et observables.

Aux fins de la méthode de Nelson-Siegel, la courbe au comptant est exprimée comme une combinaison linéaire de trois fonctions comportant des formes différentes : une courbe plate, une courbe inclinée et une courbe en forme de bosse. La méthode de Svensson est un prolongement du modèle de Nelson-Siegel qui ajoute une courbe en forme de bosse et qui permet de modéliser un ensemble plus diversifié de courbes de rendement.

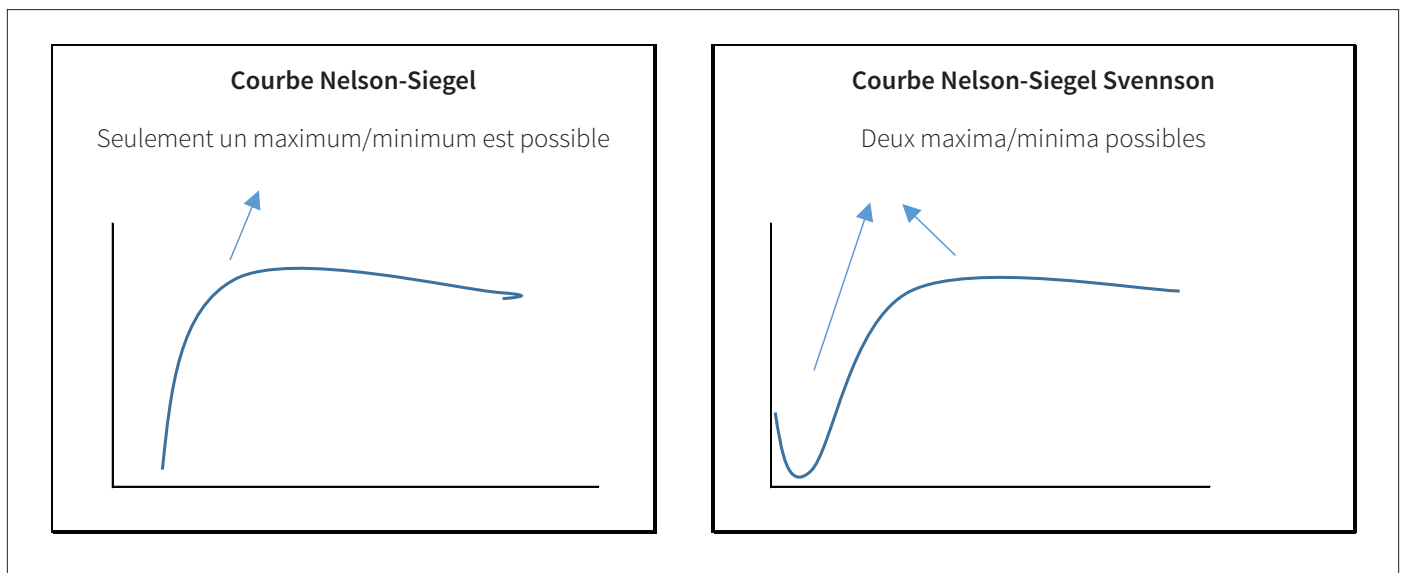
L'estimation de la courbe des taux à terme est représentée par

$$f_t(\tau) = \beta_{1,t} + \beta_{2,t} e^{-\tau/\lambda} + \beta_{3,t} (\tau/\lambda) e^{-\tau/\lambda},$$

où

- τ représente la durée du taux à terme,
- $\beta_{1,t}, \beta_{2,t}, \beta_{3,t}$ représentent des variables stochastiques temporelles;
- λ est un paramètre de forme.

Figure 1
Comparaison du modèle de Nelson-Siegel et de la courbe de Nelson-Siegel/Svensson



La méthode de Svensson propose un prolongement du modèle de Nelson-Siegel en ajoutant un autre élément en forme de bosse, comme le montre la figure 1.

Méthode d'extrapolation de Smith-Wilson

La méthode d'extrapolation de Smith-Wilson est une catégorie de modèles dans lesquels le taux à terme à long terme est un paramètre d'entrée fixe qui ne varie pas dans le temps à mesure qu'évoluent les prix des obligations. Elle permet aux taux à terme à long terme de converger vers le taux « infini » choisi et elle offre une base solide pour couvrir le risque de taux d'intérêt à long terme.

Les paramètres d'entrée sont les suivants :

- le TTU;
- α , la vitesse de convergence vers le TTU.

Smith-Wilson suppose que le facteur d'actualisation $P(\tau)$, au temps t est déterminé par

$$P_t(\tau) = e^{-f\tau} + \sum \xi_{i,t} K_i(\tau) \text{ (somme de } i = 1 \text{ to } I),$$

$$K_i(\tau) = \sum c_{ij} W(\tau, u_j) \text{ (somme de } j = 1 \text{ to } J),$$

$$W(\tau, u) = e^{-f\alpha(\tau+u)} [\alpha \min\{\tau, u\} - e^{\alpha \max\{\tau, u\}} \sinh(\alpha \min\{\tau, u\})],$$

où

- $c_{i,j}$ représente le j^e flux de trésorerie de la i^e obligation servant à étalonner la fonction de prix u_j représente la durée des flux de trésorerie respectifs;

- ξ représente une série de paramètres variables dans le temps utilisés pour ajuster la courbe de rendement réelle;
- K représente un ensemble de fonctions à noyau pour chaque prix d'obligation observable d'entrée;
- W est une fonction symétrique appelée « fonction de Wilson ».

La méthode d'extrapolation spline cubique

La méthode d'extrapolation fondée sur la spline cubique prolonge la spline cubique utilisée pour ajuster les données du marché à l'horizon inconditionnel. Il s'agit d'une catégorie de modèles dans lesquels le taux à terme à long terme est un paramètre d'entrée fixe qui ne varie pas dans le temps à mesure qu'évoluent les prix des obligations. Elle permet aux taux à terme à long terme de converger vers le taux « infini » choisi.

COMPARAISON DES MÉTHODES DE NELSON-SIEGEL, DE SVENSSON ET DE SMITH-WILSON

Dans le tableau 1, nous comparons certaines des méthodes « complexes » les plus souvent utilisées.

Les méthodes de Nelson-Siegel et de Smith-Wilson sont très différentes dans leur formulation. Aux fins d'extrapolation, la méthode de Smith-Wilson s'appuie sur la dernière observation connue (au dernier point liquide [DPL]) et sur le TTU défini, et la courbe est créée d'après une moyenne pondérée tenant compte des deux pour la période de convergence. Pour sa part, la méthode de Nelson-Siegel utilise toutes les données observées pour ajuster une courbe, puis elle utilise les poids factoriels, ou coefficients de

Tableau 1
Comparaison des méthodes « complexes » fréquemment utilisées

Modèle	Avantages	Inconvénients
Nelson-Siegel	Les trois composantes fournissent suffisamment de souplesse au modèle pour saisir les courbes monotones, à bosse et de type S souvent observées dans les données sur les courbes de rendement.	Très peu linéaire; selon les rapports, cause des problèmes d'estimation.
	Les paramètres sont faciles à estimer et s'accompagnent d'explications simples et intuitives.	Ne peut traiter toutes les formes des courbes de rendement.
	Largement utilisée par les banques centrales et les spécialistes.	Suppose que les taux à terme sont toujours positifs et que le facteur d'actualisation approche de zéro à mesure qu'augmente l'échéance.
Svensson	Peut s'adapter plus facilement aux structures à terme avec plus d'un maximum ou minimum local, ce qui permet une gamme plus étendue et plus compliquée de courbes de rendement.	Aucune amélioration importante des estimations par rapport au modèle de Nelson-Siegel. Très peu linéaire, ce qui peut rendre difficile l'estimation du modèle. Le surparamétrage du modèle peut causer des problèmes de convergence.
Smith-Wilson	Peut être appliqué aux données brutes du marché.	Exige un jugement d'expert pour le choix du facteur alpha (la vitesse de convergence vers le taux à terme ultime).
	Correspond parfaitement aux données de marché liquides.	$P(t)$, le facteur d'actualisation, peut devenir négatif.

composante, pour extrapoler le reste de la courbe au-delà du DPL. La méthode de Svensson est un prolongement de la méthode de Nelson-Siegel à laquelle on ajoute un deuxième facteur de « bosse » à moyen terme avec un paramètre de déclin distinct.

ÉCHANTILLON DES POINTS DE VUE DES PARTICIPANTS

Les participants experts de l'industrie ont reçu des questionnaires pour commenter les méthodes utilisées pour extrapoler la courbe de rendement, tant en pratique qu'en théorie. Vous trouverez ci-dessous quelques unes des réponses qu'ils nous ont fournies et qui ont contribué à compléter notre recherche sur les diverses méthodes couramment utilisées pour extrapoler la courbe de rendement.

De nos jours, bon nombre d'entre eux ont tendance à utiliser la méthode de Smith-Wilson lorsqu'elle leur est imposée et la spline cubique de Nelson-Siegel (méthode SCNS) dans les autres cas. Le principal avantage de la méthode SCNS est le suivant : lorsqu'elle est correctement paramétrée, elle permet de produire des courbes de façon très automatisée tout en respectant avec fiabilité les critères de qualité :

- bonne qualité d'ajustement aux données du marché;
- transition harmonieuse entre les données du marché et la phase d'extrapolation;
- convergence appropriée vers le TTU.

Une limite potentielle a trait au paramétrage, qui nécessite un certain soin dans la configuration, mais l'opération est réalisable avec une attention et une expertise pertinentes.

Voici quelques problèmes pratiques qui ont découlé des diverses méthodes appliquées :

- De nombreuses approches semblent très complexes, tout en exigeant beaucoup de jugement et de discrétion.
- Toute méthode non fondée sur l'établissement de la courbe des taux à terme futurs peut donner lieu à des modèles inhabituels et irréalistes de taux à terme.
- De façon générale, les méthodes paramétriques ne disposent pas de la souplesse nécessaire pour bien ajuster les données du marché et le comportement d'extrapolation, surtout en ce qui concerne l'évaluation du passif, ce qui constitue une exigence fondamentale.
- Il se peut que les extrapolations ponctuelles soient potentiellement trop simplifiées (en particulier dans les marchés où le passif est plus long que l'instrument négocié à la date la plus éloignée) et ne tiennent pas compte de la préférence de nombreux spécialistes pour un TTU.
- Une courbe de taux d'actualisation à 50 ans (ou 200 trimestres) rend la courbe un peu difficile pour

les évaluations où le taux à long terme est moins pertinent. Certains actuaires préfèrent une approche plus simple pour leurs évaluations.

- Il peut être difficile de réfléchir au dernier point liquide.
- L'obtention de l'accord des intervenants est toujours un défi.

Lorsqu'elle est correctement paramétrée, la méthode SCNS permet de produire des courbes de façon très automatisée tout en respectant avec fiabilité les critères de qualité.

Toute méthode d'extrapolation comporte un risque important, et comme il est difficile d'évaluer le risque potentiel, l'exactitude et le biais de diverses méthodes, il peut être approprié de choisir de consacrer plus de ressources à l'évaluation du risque de toute structure de taux proposée qu'à l'établissement de « meilleures » prévisions.

- Pour le TTU, y compris des composantes comme l'inflation attendue et le taux réel à court terme attendu, le taux prend habituellement la forme d'une combinaison de jugement et d'exigences publiées officiellement. En règle générale, une extrapolation simple des taux au comptant et des taux à terme à long terme courants est utilisée. À l'aide de chacune des composantes, ces taux sont estimés à partir de données historiques regroupées (sur plusieurs devises). Il est utile de consulter d'autres taux à long terme (comme les rapports intergénérationnels du gouvernement) ainsi que des données historiques sur les obligations à longue échéance pour en vérifier le caractère raisonnable. Le TTU tient compte des attentes de taux d'intérêt réel et d'inflation à long terme. Les primes de terme et l'ajustement de la convexité ne sont pas pris en compte dans la détermination du TTU.
- Pendant la durée du TTU, un participant a déclaré qu'il manquait quelque chose de définitif et que l'utilisation d'une période de 20 ans est une approche raisonnable. Un autre a déclaré avoir recours à une période de 30 ans, puis l'appliquer sur 30 autres années. Certains commentaires étaient plus généraux, notamment « au besoin, pour l'application de la tarification des produits et aussi longtemps qu'il le faut pour la projection ». D'autres vont jusqu'à 50 ans, ce qui semble plausible lorsqu'on examine d'autres pays avec des obligations à plus long terme (R.-U./Canada/É.-U.). La durée dépend du dernier point liquide pour les données du marché et d'une période de convergence raisonnable.

- La vitesse de convergence avec le TTU repose sur le jugement et les données historiques, et elle pourrait être définie par une méthode simple. Un participant a déclaré que la convergence est linéaire entre environ 15 ans et 50 ans.
- La forme et la douceur de la transition à partir des taux observés jusqu'au taux extrapolé produit par l'algorithme pourraient être définies par une méthode simple. La douceur de la transition est un facteur important. Certains préfèrent une transition plus harmonieuse, tandis que d'autres indiquent que la transition devrait passer de la discontinuité à la douceur. L'interpolation linéaire est une transition populaire même si elle est légèrement non intuitive par rapport à une courbe de décroissance.
- Les mécanismes ou processus utilisés pour ajuster la courbe comprennent les moindres carrés avec un certain jugement, les processus automatisés, mis en œuvre comme optimisation de résolution dans Excel, la programmation linéaire et une méthode d'interpolation appelée « convexe monotone », qui garantit que les taux à terme continus sont positifs.

De nombreux participants semblent convenir qu'il n'y a pas de « bonne » réponse; par conséquent, la facilité d'explication, la simplicité et la cohérence avec les marchés à longs taux observables peuvent être plus importantes que la « pureté » théorique.

CONCLUSION

Il importe de reconnaître que ces méthodes d'extrapolation sont des modèles, et que les modèles et les hypothèses qui leur sont intégrés doivent être rigoureusement vérifiés par l'utilisateur pour garantir l'applicabilité du modèle et la pertinence des hypothèses aux fins pour lesquelles il est utilisé. Il faut déterminer si les hypothèses et le modèle donnent lieu à une vision moyenne ou extrême. Une société qui souhaite être plus conservatrice peut modéliser à l'aide d'hypothèses extrêmes à la baisse, tandis qu'une autre qui recherche la stabilité peut utiliser des hypothèses plus moyennes.

Il existe une vaste gamme de méthodes de modélisation, allant des modèles linéaires simples aux modèles splines plus complexes. Un bon modèle d'extrapolation vise un juste équilibre – aspect pratique d'une part, et capacité de saisir les attributs les plus importants et les caractéristiques les plus essentielles de toute l'histoire, de l'autre.

D'après la recherche et le sondage auprès des experts de l'industrie, il semble qu'un grand nombre des méthodes utilisées dans la pratique soient semblables à celles discutées et analysées dans la documentation théorique. Les hypothèses qui sous-tendent une méthode d'extrapolation peuvent avoir des répercussions aussi importantes, voire parfois plus importantes, que la méthode technique. Toutefois, le choix de la méthode

proprement dite influe sur les résultats. L'application du taux à terme de l'année en cours, extrapolé à l'avenir, produira un résultat très différent de celui obtenu par une méthode qui s'échelonne dans le temps.

Un grand nombre d'experts semblent utiliser des modèles plus simples, misant sur la simplicité des modèles plutôt que leur complexité. Cependant, les modèles trop simples peuvent ne pas tenir compte des vrais risques et ne pas saisir correctement les événements extrêmes. En revanche, un bon modèle ne « surclasse » pas les données, ce qui réduirait la capacité de produire des simulations au-delà des données historiques proprement dites.

Un bon modèle d'extrapolation produit des résultats pertinents au regard des faits historiques. On a souvent tendance à exagérer l'importance du passé récent. En accordant trop d'importance aux risques récents, on risque d'oublier que, sur de longues périodes, l'économie peut déplacer les taux vers des endroits nouveaux et différents. En cas d'horizon à plus long terme, il faut éviter d'influencer un point de vue.

Dans le cadre de notre recherche et du sondage décrit dans le présent article, nous avons examiné de plus près quelques-unes des méthodes les plus populaires, chacune ayant ses propres avantages et inconvénients. Nous n'avons pas été étonnés de constater qu'en choisissant une méthode d'extrapolation, les utilisateurs doivent déterminer la meilleure façon de répondre à leurs besoins particuliers. Bon nombre des participants ont déclaré que leur méthode est simple et adéquate. Ils croient que d'autres méthodes font intervenir des calculs plus complexes sans beaucoup de preuves qu'elles sont davantage justifiables sur le plan théorique. Comme l'a déclaré un participant, on s'efforce d'utiliser le modèle le plus simple possible, mais pas plus simple qu'il le faut pour être conforme aux principes du marché et de l'économie. □

Nous tenons à remercier la SOA et le Groupe de surveillance des projets pour leur contribution et leur soutien pendant tout le processus de recherche.



Benjamin Leiser, FSA, MAAA, est actuaire-conseil chez Risk & Regulatory Consulting. On peut le joindre à ben.leiser@riskreg.com.



Jack Kerbeshian, FSA, MAAA, est expert-conseil en actuariat chez Risk & Regulatory Consulting. On peut le joindre à jack.kerbeshian@riskreg.com.