

# Gestion du risque

Publié par l'Institut canadien des actuaires,  
la Casualty Actuarial Society et la Society of Actuaries

SECTION CONJOINTE  
DE LA GESTION  
DU RISQUE

REVUE 45 • SEPTEMBRE 2019



## 12<sup>e</sup> sondage annuel sur les risques émergents

Par Max Rudolph  
Page 7

- 3 Le coin du président**  
*Par Frank Reynolds*
- 4 Lettre de la rédaction**  
*Par Florian Richard*
- 5 Le coin du personnel**  
*Par David Schraub*
- 7 12<sup>e</sup> sondage annuel sur les risques émergents**  
*Par Max Rudolph*
- 9 Estimation de la VaR des actions fondée sur des ondelettes**  
*Par Kailan Shang*
- 19 Une nouvelle méthode d'évaluation de l'excédent économique d'une société d'assurances**  
*Par Dariush Akhtari*
- 27 Introduction à la recherche sur l'élaboration d'un cadre de référence pour les investissements guidés par le passif (IGP)**  
*Par Kailan Shang et Zakir Hossen*
- 29 Méthodes d'évaluation des flux de trésorerie qui dépassent la courbe de rendement maximale**  
*Par Benjamin Leiser et Jack Kerbeshian*
- 36 Publications récentes dans le domaine de la gestion du risque**

Publié par



Canadian  
Institute of  
Actuaries



Institut  
canadien  
des actuaires



SOCIETY OF  
ACTUARIES®

# Gestion du risque

Revue 45 • Septembre 2019

Publié trois fois par année par le Conseil de la Section conjointe sur la gestion du risque de la Casualty Actuarial Society, de l'Institut canadien des actuaires et de la Society of Actuaries.

475 N. Martingale Road, Suite 600  
Schaumburg, Ill 60173-2226  
Phone: 847-706-3500 Fax: 847-706-3599  
[www.soa.org](http://www.soa.org)

Ce communiqué est gratuit pour les membres de la section. Les numéros courants sont disponibles sur le site Web de la SOA ([www.soa.org](http://www.soa.org)).

Pour se joindre à la section, il suffit de mettre la main sur le formulaire d'adhésion affiché dans la page Web de la Section conjointe sur la gestion du risque à <https://www.soa.org/sections/joint-risk-mgmt/>.

Cette publication est fournie dans un but informatif et éducatif seulement. La Society of Actuaries n'endosse pas, n'émet ni une assertion ni une garantie relativement au contenu et renonce à toute responsabilité liée à l'utilisation ou au mauvais usage des renseignements qu'elle renferme. Cette publication ne peut être interprétée à titre de conseils professionnels ou financiers. Les idées, points de vue et opinions exprimés sont ceux des auteurs et ne sont pas nécessairement ceux de la Society of Actuaries, ni celui de leur employeur.

© 2019 Institut canadien des actuaires,  
Casualty Actuarial Society  
et Society of Actuaries.  
Tous droits réservés.

## Calendrier de publication

Mois de publication : Novembre 2019  
Date de tombée : le 5 septembre 2019

Pour consulter la version numérique (anglaise) :  
<https://www.soa.org/sections/joint-risk-mgmt/>.

## SECTION 2019 DIRIGEANTS

### Dirigeants

Mario DiCaro, FCAS, MAAA, président  
Frank Reynolds, FSA, FICA, MAAA, vice-président  
Florian Leo Richard, FCAS, secrétaire  
Ribhi Alam, FSA, trésorier

### Membres du conseil

Xiaobin Cao, FCAS, CERA  
Anthony Dardis FSA, FIA, MAAA, CERA  
Rahim Hirji, FSA, FICA, MAAA  
Leonard Mangini, FSA, MAAA  
Siew Chen Ow, FSA, CERA, MAAA  
Chester Szczepanski, FCAS, MAAA  
Robert Wolf, MAAA, FCAS, CERA  
Fei Xie, FSA, FICA

### Rédacteurs

Florian Richard, FCAS  
[florian.richard@axaxl.com](mailto:florian.richard@axaxl.com)

Baoyan Liu (Cheryl), FSA, CFA  
[cheryl.by.liu@fwd.com](mailto:cheryl.by.liu@fwd.com)

### Coordonnateurs – Program Committee

Frank Reynolds, FSA, FICA, MAAA  
Assemblée annuelle de l'ICA 2019

Chester Szczepanski, FCAS, MAAA  
et Robert Wolf, FCAS, CERA, MAAA  
Assemblée annuelle printanière de la CAS 2019

Anthony Dardis FSA, FIA, MAAA, CERA  
et Siew Chen Ow, FSA, CERA, MAAA  
Symposium pour l'actuaire chargé de l'évaluation 2019

Leonard Mangini, FSA, MAAA  
Assemblée sur la santé 2019

Fei Xie, FSA, FICA  
Symposium sur l'assurance-vie et les rentes 2019

Ribhi Alam, FSA  
et Anthony Dardis FSA, FIA, MAAA, CERA  
Assemblée annuelle et exposition 2019 de la SOA

Chester Szczepanski, FCAS, MAAA  
Symposium sur la GRE 2019

### Personnel de la SOA

David Schraub, FSA, CERA, MAAA, AQ, associé  
[dschraub@soa.org](mailto:dschraub@soa.org)

Ladella Berger, spécialiste de la section  
[lberger@soa.org](mailto:lberger@soa.org)

Julia Anderson Bauer, gestion des publications  
[jandersonbauer@soa.org](mailto:jandersonbauer@soa.org)

Erin Pierce, graphiste principale  
[epierce@soa.org](mailto:epierce@soa.org)

# Le coin du Conseil

Par Frank Reynolds

**E**n mai dernier, le Conseil de la Section conjointe sur la gestion du risque a tenu une réunion en personne parallèlement au symposium sur la gestion du risque d'entreprise 2019. Il y a été question principalement de deux questions :

1. **Les façons d'accroître la participation des jeunes actuaires de la profession.** On a estimé qu'il convenait de poursuivre la démarche de communication avec les clubs actuariels locaux en offrant du soutien afin de trouver des conférenciers et de fournir des forums pour favoriser le réseautage lors des grandes assemblées.
2. **La transformation en webémissions des séances du symposium sur la GRE.** Cela aurait pour effet de rendre les séances accessibles à l'ensemble des membres de la section et aux membres d'autres sections. En outre, les panélistes jouiraient ainsi d'une visibilité accrue pour présenter leurs idées sans que cela requière vraiment de préparation supplémentaire. Enfin, cela pourrait résoudre les problèmes de financement qu'éprouve la Section sans qu'il soit nécessaire d'augmenter les cotisations. On espère pouvoir présenter des webémissions mensuelles cet automne et jusqu'au printemps.

Avec le passage aux bulletins d'information électroniques, la Section s'efforcera de mieux exploiter les envois de courriels visant à publiciser le travail accompli par le Conseil de la Section et à offrir aux membres de la Section de meilleures occasions de participer à ses activités.

D'excellents candidats issus des trois organismes parrains sont en lice pour les élections de l'automne. Nous vous prions de voter pour le candidat de votre choix.

Si vous désirez participer aux affaires de la Section sans vous joindre au Conseil de la SCGR, je vous invite à vous inscrire à titre d'« ami du Conseil ». Les amis du Conseil prennent part aux discussions lors de toutes les réunions du Conseil de la même façon que les membres élus du Conseil, mais n'ont pas droit de vote sur les résolutions et ne sont pas pris en compte dans l'établissement du quorum.

Enfin, j'invite instamment les membres à rédiger des articles et à communiquer des idées qui nous permettraient d'attirer de jeunes et de nouveaux membres. Ils sont un élément vital de notre organisation. □



Frank Reynolds, FSA, FICA, MAAA, est vice-président de la Section conjointe sur la gestion du risque. Il a enseigné à l'Université de Waterloo pendant 35 ans. On peut le joindre à [fgreynol@gmail.com](mailto:fgreynol@gmail.com).



Le cube de mousse aux couleurs de la CAS contient un microphone. Après avoir posé une question au panéliste en parlant dans le cube, les participants s'amusaient à lancer celui-ci à l'intervenant suivant.

# Lettre de la rédaction

Par Florian Richard

On dit que toute bonne chose a une fin. Cet énoncé est d'autant plus vrai lorsqu'il concerne notre bulletin *Gestion du risque*, qui a appris récemment qu'il perdait sa rédactrice en chef, Cheryl Liu, après trois ans en poste. Je crois que je peux parler au nom de la plupart des lecteurs en disant que je suis reconnaissant à Cheryl pour tout le travail qu'elle a consacré au bulletin pour en faire ce qu'il est aujourd'hui. En tant que lecteur pendant cette période, j'ai pu apprécier la grande qualité de la rédaction et la variété des articles présentés. C'est pour ces raisons que j'ai décidé, plus tôt cette année, d'offrir mes services bénévoles. Cette première lettre de la rédaction m'offre d'ailleurs une excellente occasion de vous rappeler que nous sommes toujours heureux d'accueillir des bénévoles souhaitant contribuer à la gestion des divers aspects d'un bulletin d'information. Si vous désirez participer à la production du bulletin, veuillez communiquer avec David Schraub ([dschraub@soa.org](mailto:dschraub@soa.org)) ou avec moi.

Le numéro de septembre de *Gestion du risque* s'inspire du symposium annuel sur la gestion du risque d'entreprise qui a eu lieu à Orlando les 2 et 3 mai 2019. Le symposium sur la GRE offre aux professionnels de l'industrie un forum unique où ils peuvent se réunir et partager leurs réflexions sur divers sujets liés à la GRE.

Le sondage annuel de Max Rudolph sur les risques émergents est maintenant devenu un incontournable du symposium sur la GRE. Commandité par la Section conjointe sur la gestion du risque, ce sondage en est maintenant à sa 12<sup>e</sup> édition. Vous en trouverez un sommaire dans le présent numéro. J'éviterai ici de vous divulguer les résultats et je me contenterai de mentionner que l'ordre des plus importants risques en émergence a changé cette année et que de nouvelles tendances semblent se dessiner. Sachez que vous pouvez consulter le rapport complet dans les pages de la Section conjointe sur la gestion du risque du site Web de la Society of Actuaries (SOA).

Le symposium sur la GRE est aussi une occasion de stimuler et de célébrer la recherche. Cette année, on a remis deux prix pour des articles faisant la promotion de « l'exercice de la gestion du risque d'entreprise en ouvrant de nouvelles perspectives et en renforçant les connaissances, les méthodes et les outils disponibles ».

Le premier prix, soit le prix d'excellence en recherche sur la GRE décerné par l'Actuarial Foundation à la mémoire d'Hubert Mueller pour le meilleur article dans l'ensemble, a été remis à Kailan Shang pour son article sur l'estimation de la VaR des actions fondée sur des ondelettes. Le deuxième article du présent numéro constitue une version adaptée de cet



article primé. L'estimation des risques économiques suppose souvent que les risques sont immuables dans le temps. Toutefois, cela n'est pas nécessairement vrai. L'analyse en ondelettes peut permettre de résoudre le volet temporel de l'analyse des risques.

Le deuxième prix, décerné par la Section conjointe CAS-ICA-SOA sur la gestion des risques et visant les applications pratiques en GRE, a été remis à Dariush Akhtari pour son article sur l'évaluation de l'excédent économique. Après avoir dressé la liste des lacunes associées à la pratique courante qui consiste à établir la valeur marchande de l'excédent en procédant d'abord à l'établissement de la valeur marchande du passif, l'auteur suggère une nouvelle façon de calculer directement une valeur marchande de l'excédent qui est « stable et raisonnablement à l'abri du bruit du marché ». L'article a été adapté afin de pouvoir être présenté dans le bulletin.

Notre quatrième article du numéro de septembre s'intitule *Introduction à la recherche sur l'élaboration d'un cadre de référence pour les investissements guidés par le passif*. Ce bref article est une introduction au rapport complet et à l'outil Excel auquel on peut accéder sur le site Web de la SOA.

Enfin, dans notre cinquième article, on analyse les méthodes auxquelles ont recours les professionnels de l'industrie pour évaluer les flux de trésorerie du passif qui dépassent la portion maximale observable de la courbe des taux. On y aborde les principales hypothèses et les plus grands avantages, désavantages et défis pratiques associés aux exemples de méthodes.

Comme à l'habitude, le bulletin se conclut par une liste des récents articles et documents de recherche susceptibles d'intéresser nos membres. Vous pourrez y trouver de plus amples renseignements sur un vaste éventail de sujets.

Je souhaite adresser des remerciements particuliers à Cheryl Liu, David Schraub, Julia Anderson Bauer et Katherine Pickett pour leur participation à la réalisation de ce numéro de septembre.

Bonne lecture! □



Florian Richard, FCAS, est responsable de la gestion des risques chez AXA XL Reinsurance. On peut le joindre à [florian.richard@axa.com](mailto:florian.richard@axa.com).

# Le coin du personnel

Par David Schraub

Le bulletin d'information est l'un des éléments les plus appréciés par les membres de la Section. C'est ce que révèlent tous les sondages que nous avons menés pendant mes six ans de fonctions à la Society of Actuaries (SOA). La présente chronique fait la lumière sur les rouages de la production des numéros du bulletin. Examinons-en un peu le déroulement.

Plusieurs groupes participent à cette initiative :

- **Les auteurs des articles.** Membres et non-membres de la SOA qui se portent volontaires pour rédiger des articles.
- **Les réviseurs du bulletin.** Bénévoles qui sollicitent des articles, qui en font la révision et qui formulent une rétroaction aux auteurs et au personnel de la SOA.
- **L'associé membre du personnel de la Section de la SOA.** Agent de liaison entre la Section, le rédacteur bénévole du bulletin et le personnel du bulletin. Cette personne assure la gestion du risque réputationnel et offre des conseils, au besoin.
- **Le rédacteur en chef membre du personnel de la SOA.** Rédacteur interne qui guide le processus de production, de la rédaction des articles jusqu'à la publication. Cette personne est le contrôleur du bulletin.
- **Le graphiste de la SOA.** Personne chargée du design et de la mise en page du bulletin. Le graphiste veille aussi à la qualité des graphiques et des tableaux.

Le processus chronologique de la production du bulletin d'information est le suivant :

1. Les auteurs rédigent des articles. En règle générale, soit le rédacteur en chef du bulletin fait appel à des auteurs potentiels en leur demandant un article portant sur un sujet précis, soit un auteur propose au rédacteur en chef de rédiger un article sur un sujet donné. Dans certains cas, on demande à des auteurs de publier de nouveau des articles déjà rédigés.
2. Les réviseurs bénévoles du bulletin assurent la révision des articles. Ils en évaluent la qualité et la pertinence et formulent une rétroaction à l'égard du contenu de chaque article<sup>1</sup>. Par exemple, le sujet d'un article pourrait être plus pertinent pour une autre section que ce qui était prévu au départ. Dans un tel cas, l'article sera acheminé au rédacteur du bulletin de cette autre section. Après quelques semaines d'échanges pour finaliser le contenu, les articles (de même que les biographies et portraits des auteurs, ainsi que les sources des figures et tableaux) sont transmis à l'associé de la SOA. Dans le cas d'un article qui a déjà été publié, on remplace ces échanges par une communication avec le titulaire du droit d'auteur afin d'obtenir l'autorisation de réimprimer l'article.
3. L'associé de la Section passe en revue tous les articles afin d'évaluer l'éventualité que leur contenu présente un risque réputationnel (p. ex., l'autopromotion, le lobbying ou tout autre risque). Cette étape se déroule parfois un peu plus tard dans le processus.
4. Le rédacteur en chef reçoit le contenu définitif, en assure la révision linguistique et stylistique et se charge de la production du bulletin. C'est à ce moment qu'on met les points sur les « i ». Le rédacteur surveille le calendrier de production, pousse les bénévoles au besoin et transmet aux auteurs les métadonnées<sup>2</sup> et les formulaires de droit d'auteur.
5. Le rédacteur en chef et le réviseur bénévole collaborent à la résolution des problèmes qui vont au-delà des simples questions de ponctuation. Le réviseur répond directement aux questions du rédacteur en chef ou fait appel aux auteurs en cas de besoin. Voici quelques questions courantes : « Qui devrait communiquer avec le coauteur pour adoucir le ton de la conclusion, qui est un peu trop intéressée », « Est-il encore temps d'ajouter une annonce de dernière minute? », « Quelqu'un a-t-il reçu l'article de Pierre Untel, que celui-ci a promis il y a déjà quelque temps? », « Devrions-nous garder cet article pour le prochain numéro étant donné qu'il n'est pas tout à fait prêt et que nous avons déjà beaucoup de contenu? », « Les portraits des auteurs ont-ils été bien identifiés? ». Tous ces échanges peuvent nécessiter du temps, et l'examen par plusieurs intervenants est essentiel à la qualité du bulletin.

L'examen par plusieurs intervenants est essentiel à la qualité du bulletin.

6. Le graphiste organise le contenu de façon attrayante. Le réviseur et les auteurs du bulletin examinent les épreuves à la recherche d'éventuelles coquilles et afin de s'assurer de la lisibilité des graphiques, tandis que le rédacteur en chef relit une dernière fois les épreuves du bulletin en entier. C'est à ce moment qu'on règle les derniers détails.

7. Le rédacteur en chef envoie le bulletin chez l'imprimeur et/ou au fournisseur de services numériques dès qu'il reçoit le feu vert de tous les intervenants. On procède à l'impression et à l'expédition (s'il y a lieu), on crée la version numérique et, enfin, on publie la version PDF et les liens menant à la version numérique sur le site Web de la SOA. On met alors à jour la page d'accueil de la Section en y ajoutant un lien menant au bulletin. Les lecteurs de la version imprimée reçoivent leur exemplaire quelques semaines plus tard.

C'est vers la cinquième étape du présent processus que les réviseurs bénévoles se mettent en quête d'articles pour le numéro suivant, soit des promesses d'articles ou des articles déjà prêts. On engage ensuite de nouveau le même processus.

Vous souhaitez vous joindre à nous? Nous sommes toujours à la recherche de réviseurs et d'auteurs afin d'améliorer notre contenu. □



David Schraub, FSA, AQ, CERA, MAAA, est actuaire interne à la SOA. On peut le joindre à [dschraub@soa.org](mailto:dschraub@soa.org).

#### NOTES

- 1 Pour certains bulletins, les auteurs et réviseurs bénévoles se mêlent. Par exemple, le bulletin *Taxing Times* possède un vaste groupe de réviseurs qui révisent et contre-vérifient chaque énoncé de chaque auteur (le groupe compte des avocats).
- 2 Les métadonnées comprennent les sujets, les pays concernés et des mots-clés pour chaque article. Les sujets et les pays concernés sont des filtres sur le site Web de la SOA qui permettent aux lecteurs d'accéder plus rapidement au contenu. Les mots-clés sont des indices supplémentaires favorisant l'optimisation des moteurs de recherche.

# 12<sup>e</sup> sondage annuel sur les risques émergents

Par Max Rudolph

*Note de l'éditeur : Cet article a d'abord été publié à titre de sommaire, de concert avec le rapport intégral du 12<sup>e</sup> sondage annuel sur les risques émergents. Le rapport intégral est disponible sur le site Web de la Society of Actuaries, à l'adresse [www.soa.org/resources/research-reports/2019/12th-emerging-risks-survey/](http://www.soa.org/resources/research-reports/2019/12th-emerging-risks-survey/).*



géopolitiques enregistrant des pics, habituellement au cours des années d'élection paires précédant l'actuel gouvernement des États-Unis (voir la figure 1).

**P**our la première fois dans l'histoire du sondage, les changements climatiques ont été classés à la fois comme le principal risque actuel et le principal risque émergent — rompant du coup la période de quatre ans au cours de laquelle le cyberrisque a occupé le premier rang — selon le 12<sup>e</sup> sondage annuel sur les risques émergents de la Section conjointe de la gestion des risques (SCGR) de l'Institut canadien des actuaires (ICA), de la Casualty Actuarial Society (CAS) et de la Society of Actuaries (SOA).

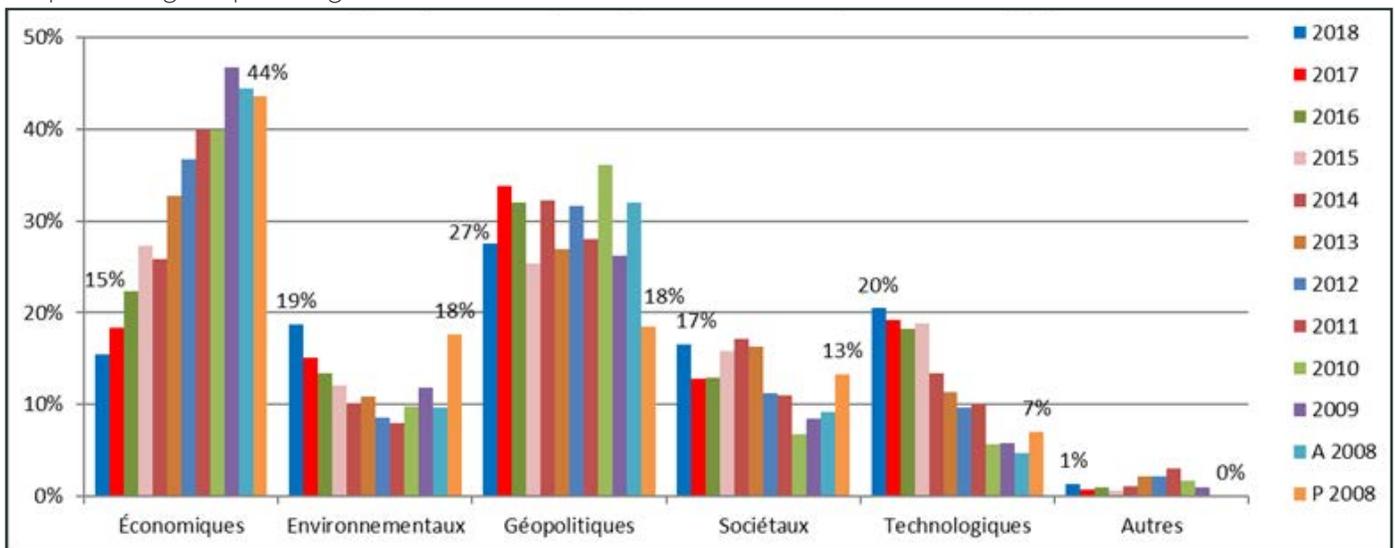
## LES CHANGEMENTS CLIMATIQUES OCCUPENT LA PREMIÈRE PLACE

Selon le sondage mené en novembre 2018, les gestionnaires du risque estiment que les changements climatiques, le cyberrisque et la volatilité financière représentent les trois plus grands risques actuels. Bien que les changements climatiques aient détrôné d'autres risques cette année, il est important de noter que le cyberrisque — l'ancien risque le plus important — demeure une grande menace, se classant au deuxième rang parmi les risques actuels. Le principal risque émergent, selon 267 gestionnaires de risques de partout dans le monde, suit une tendance semblable : les changements climatiques occupent le premier rang (22 %), le cyberrisque, le deuxième (15 %) et la technologie, le troisième (13 %) (voir la figure 2).

## TENDANCES DES RISQUES ÉMERGENTS

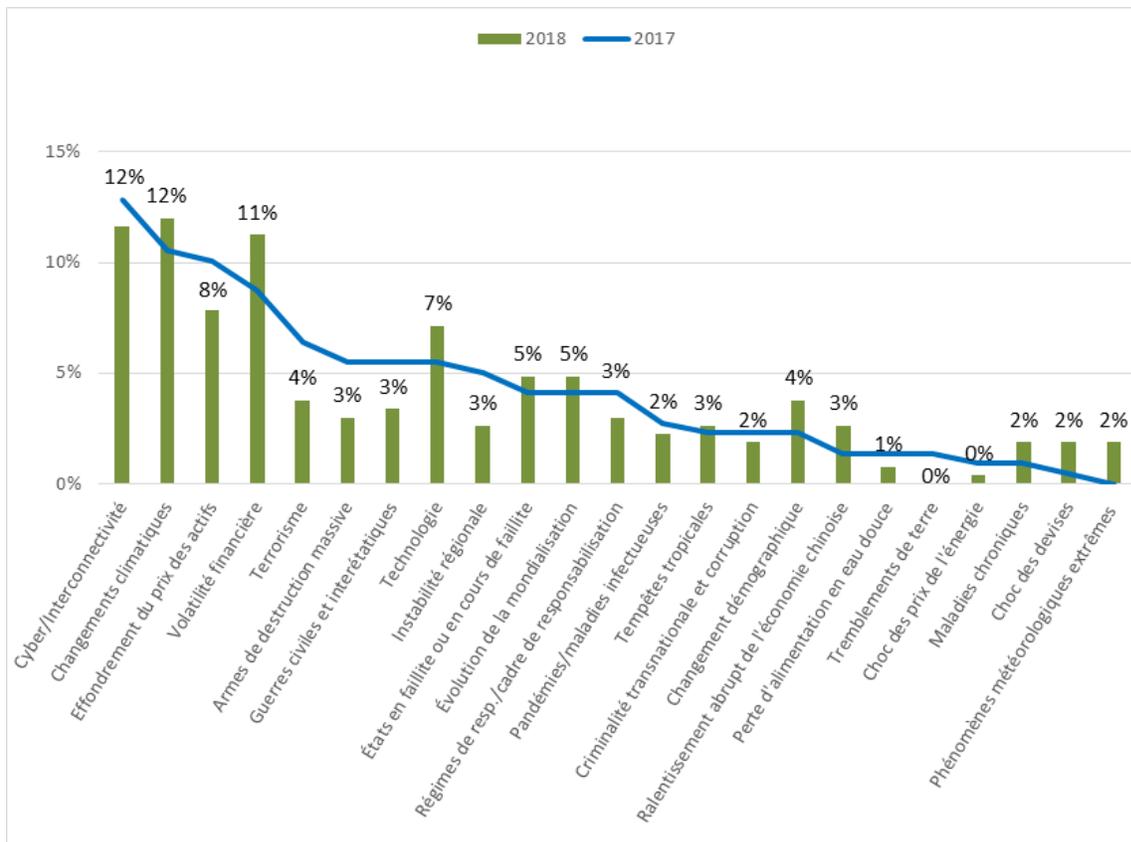
Lorsqu'on demande aux répondants au sondage de choisir cinq risques émergents, la tendance historique dans le cadre du sondage affiche un recul des risques économiques par rapport au risque environnemental et au risque technologique, les risques

Figure 1  
Risques émergents par catégorie



Remarque : Jusqu'à cinq risques ont été choisis par réponse au sondage.

Figure 2  
Principal risque actuel, une année à l'autre



### COMPARAISONS D'UNE ANNÉE À L'AUTRE

- Les changements climatiques ont dépassé le cyberrisque comme principal risque actuel, principal risque émergent et principale combinaison de risques émergents. Toutefois, le cyberrisque a conservé le premier rang (56 %) lorsque les répondants ont été invités à classer les cinq principaux risques émergents.
- Le risque géopolitique a continué de dominer en 2018 parmi les risques émergents par catégorie, mais son niveau a diminué par rapport à 2017. Il s'agit d'une situation inhabituelle étant donné que cette catégorie prend historiquement de l'ampleur pendant les années d'élection paires. Ce changement pourrait être attribuable au recul des cinq principaux risques émergents, entre autres le terrorisme, l'instabilité régionale, les armes de destruction massive et les régimes de responsabilité.
- Bien que les attentes au sujet de l'économie mondiale demeurent relativement stables, elles sont en baisse par rapport au sondage précédent, la majorité (67 %) prévoyant des attentes modérées ou faibles pour 2019.

- Après avoir été éliminée de la liste des cinq principaux risques émergents en 2017, la volatilité financière a refait surface, se classant au cinquième rang. Le changement démographique est également apparu pour la première fois depuis 2013.
- Le risque sociétal en tant que catégorie de risque émergent a augmenté en raison de l'effet combiné d'un afflux de pandémies et de maladies infectieuses, ainsi que du risque de changement démographique.

### CONVENTION DE DÉSIGNATION

Les répondants ont choisi la fréquence et la gravité comme description préférée de la fréquence d'occurrence d'un événement et comment grave il pourrait être. □

La 13<sup>e</sup> édition annuelle du sondage sur les risques émergents commencera au début de 2020.



Max Rudolph, FSA, CERA, MAAA, est propriétaire de la firme Rudolph Financial Consulting, LLC. On peut le joindre à [max.rudolph@rudolph-financial.com](mailto:max.rudolph@rudolph-financial.com).

# Estimation de la VaR des actions fondée sur des ondelettes

Par Kailan Shang

*Note de l'éditeur : Le présent article est adapté d'un article de recherche intitulé Estimation de la VaR des actions fondée sur des ondelettes, dans le cadre de l'appel de documents lancé en prévision du Symposium 2019 sur la gestion du risque d'entreprise. Il a reçu le prix d'excellence en recherche sur la GRE de la Fondation actuarielle, à la mémoire de Hubert Mueller, pour le meilleur article dans son ensemble. La version intégrale du rapport est disponible à l'adresse [www.ermssymposium.org/wp-content/uploads/2019/05/Shang\\_Actuarial-Foundation-Prizewinner.pdf](http://www.ermssymposium.org/wp-content/uploads/2019/05/Shang_Actuarial-Foundation-Prizewinner.pdf).*

Le risque économique est un risque important pour les assureurs qui offrent des produits à long terme assortis de prestations garanties. Pour estimer l'ampleur du risque économique, on utilise habituellement des données historiques. Toutefois, selon une hypothèse implicite de cette méthode, le risque ne varie pas dans le temps. En réalité, la volatilité du marché boursier varie selon le temps. Elle est causée soit par des cycles économiques, soit par des changements structurels de l'économie. La figure 1 montre la volatilité annualisée à l'aide du rendement quotidien de l'indice S&P 500, de 1990 à 2017. En supposant une volatilité ne variant pas (constante) dans le temps, la volatilité annualisée est de 17,7 %.

est calculée sur une base annuelle, elle pourrait dépasser 40 %, comme en témoigne la crise financière de 2008.

Une autre complication réside dans la fréquence des données historiques à utiliser. La volatilité annualisée calculée d'après différentes fréquences varie beaucoup. Le tableau 1 présente la volatilité annualisée et la valeur empirique à risque (VaR) du rendement de l'indice boursier S&P 500 à l'aide de données quotidiennes, mensuelles et annuelles, de 1990 à 2017. Par souci de simplicité, le calcul suppose que la volatilité et la VaR ne varient pas dans le temps et que l'indice boursier suit un mouvement brownien géométrique. Dans le présent document, la VaR mesure la valeur de rendement négative dans l'extrémité gauche de la courbe. Par exemple, une VaR de 15 % avec 99,5 % de probabilité signifie qu'il existe une probabilité de 0,5 % que le rendement sera inférieur à -15 %. C'est le contraire de la valeur de rendement négative dans l'extrémité gauche.

Les rendements historiques des indices boursiers présentent différents niveaux de risque selon la fréquence. La VaR empirique annualisée fondée sur des données de haute fréquence (quotidienne et mensuelle) est plus élevée que la VaR fondée sur des données de faible fréquence (trimestrielle et annuelle). Ce phénomène indique la nécessité d'analyser le risque économique à différentes fréquences pour obtenir une vue d'ensemble.

## MODÈLE DE SÉRIES CHRONOLOGIQUES

Les modèles de séries chronologiques, comme l'hétéroscédasticité conditionnelle autorégressive généralisée (GARCH) et la moyenne mobile autorégressive (ARMA), peuvent être utilisés pour saisir la caractéristique de variation temporelle de la volatilité des actions. Un modèle ARMA-GARCH est utilisé

Figure 1  
Volatilité annualisée du rendement de l'indice S&P 500 (1990–2017)

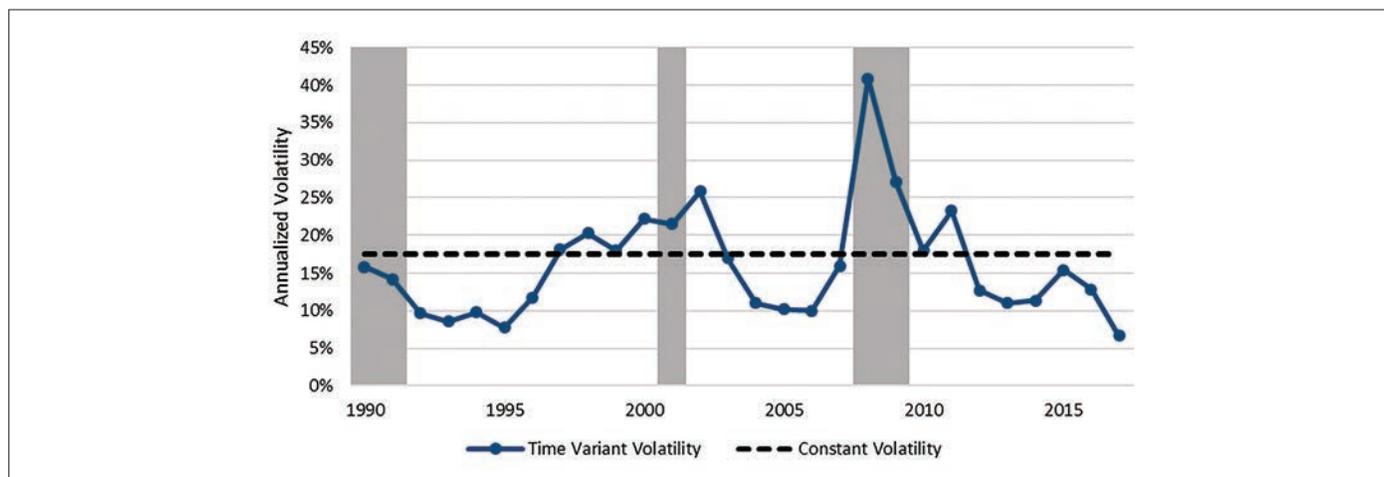


Table 1  
Volatilité du rendement de l'indice S&P 500 et VaR selon la fréquence

Fréquence	Volatilité constante	Volatilité annualisée <sup>1</sup>	VaR empirique de 99,5 %	VaR empirique annualisée <sup>2</sup>
Quotidienne	1,1 %	17,5 %	3,9 %	69,3 %
Mensuelle	4,2 %	14,5 %	19,3 %	75,3 %
Trimestrielle <sup>3</sup>	7,9 %	15,5 %	26,9 %	64,2 %
Annuelle	17,7 %	17,5 %	43,5 %	43,5 %

<sup>1</sup> Volatilité annualisée = Volatilité constante  $\sqrt{n}$ , où n équivaut à 250/12/4/1 pour la fréquence quotidienne/mensuelle/trimestrielle/annuelle.  
<sup>2</sup> VaR empirique annualisée = (VaR empirique de 99,5 % - Rendement moyen)  $\sqrt{n}$  - Rendement moyen  $\times n$ .  
<sup>3</sup> La valeur minimale du rendement trimestriel et annuel est utilisée pour la VaR empirique de 0,5 % parce que le nombre de points de données est inférieur à 200.

pour analyser les rendements quotidiens historiques de l'indice S&P 500.

$$ARMA(p, q) \sim r_t = c + \varepsilon_t + \sum_{i=1}^p \varphi_i r_{t-i} + \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j}$$

$$\varepsilon_t = z_t \sigma_t$$

$$GARCH(p, q) \sim \sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

où

$r_t$  = rendement quotidien de l'indice S&P 500. Il est calculé ainsi :

$$\log\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right)$$

$z_t$  = i.i.d. avec moyenne zéro et variance unitaire.

Il convient de choisir la distribution de  $z_t$  qui peut capter avec plus de souplesse l'asymétrie et les extrémités épaisses. Dans cet exemple,  $z_t$  est présumé suivre la distribution asymétrique des erreurs généralisées (SGED). Il présente la fonction de densité de probabilité suivante :

$$f_{SGED}(x; \mu, \sigma, \lambda, p) = \frac{pe^{-\left[\frac{|x-\mu+m|}{v\sigma[1+\lambda \text{sign}(x-\mu+m)]}\right]^p}}{2v\sigma\Gamma(1/p)},$$

où

$\mu$  = paramètre de position. Il est zéro pour  $z_t$ ,

$\sigma$  = paramètre d'échelle. Il est un pour  $z_t$ ,

$\lambda$  = paramètre d'asymétrie,

$p$  = paramètre de forme,

$$m = \frac{2^{\frac{1}{p}} v \sigma \lambda \Gamma\left(0.5 + \frac{1}{p}\right)}{\sqrt{\pi}}$$

si la volatilité de la variable est égale à  $\mu$ ,

$$v = \sqrt{\frac{\pi \Gamma\left(\frac{1}{p}\right)}{\pi\left(1 + 3\lambda^2\right) \Gamma\left(\frac{3}{p}\right) - 16^{\frac{1}{p}} \lambda^2 \Gamma\left(0.5 + \frac{1}{p}\right)^2 \Gamma\left(\frac{1}{p}\right)}}$$

si la volatilité de la variable  $x$  est égale à  $\sigma$ .

ARMA(3,3) et GARCH(2,2) avec la SGED sont utilisés pour analyser les rendements historiques quotidiens de l'indice S&P 500 de 1990 à 2017. Les ordres ( $p$  et  $q$ ) sont choisis en fonction du critère d'information d'Akaike (CIA).

La figure 2 montre le rendement quotidien et la volatilité conditionnelle  $\sigma_t$  d'après le modèle ARMA-GARCH. La volatilité conditionnelle varie sensiblement, la valeur la plus élevée ayant été observée pendant la crise financière de 2008.

Avec le modèle ajusté, on peut prévoir la VaR quotidienne future. La figure 3 présente les résultats fondés sur 1 000 simulations pour 251 jours de négociation, d'octobre 2017 à septembre 2018. Les rendements quotidiens réels sont comparés aux fourchettes prévues. Bien que 10,4 % des rendements réels se situent dans la fourchette du milieu de 90 % (du 5<sup>e</sup> au 95<sup>e</sup> centile), 1,6 % des rendements réels se situent dans la fourchette du milieu de 99 % (du 0,5<sup>e</sup> au 99,5<sup>e</sup> centile). Même si la SGED produit une meilleure prévision de fourchette que la distribution normale, elle sous-estime quand même la probabilité de rendements extrêmes pour la période de projection.



Figure 2  
Rendement quotidien et volatilité conditionnelle de l'indice S&P 500

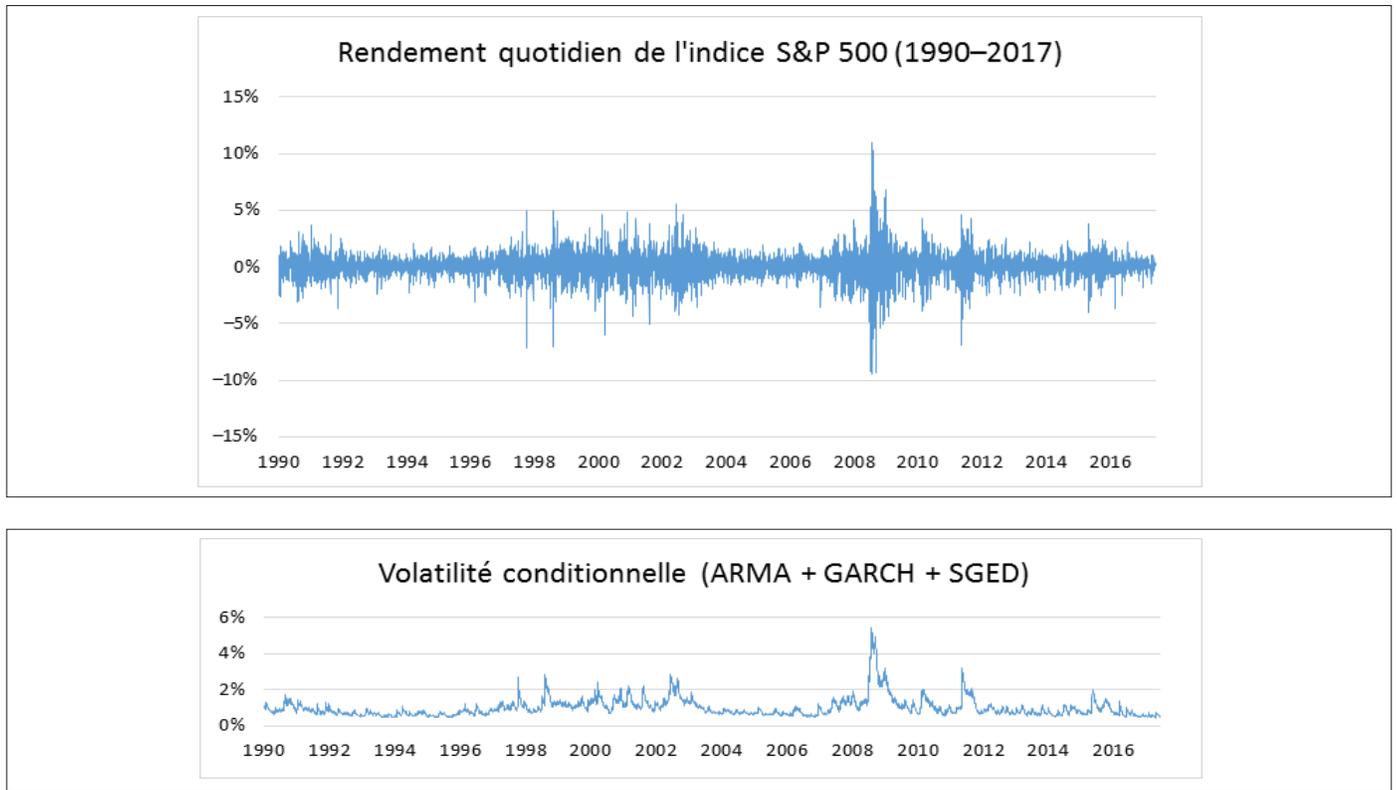
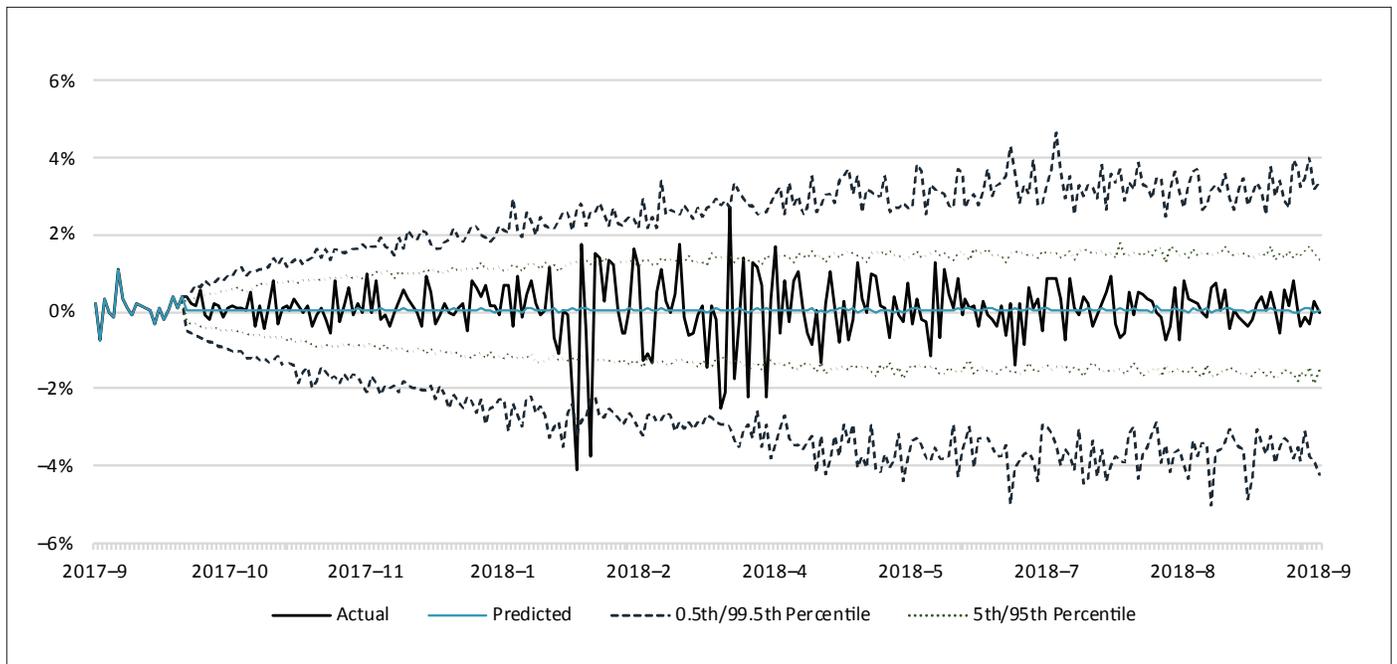


Figure 3  
Estimation de la fourchette de rendements quotidiens de l'indice S&P 500



Plutôt que d'utiliser des formules à forme fermée, la VaR annuelle peut être estimée à partir de rendements quotidiens simulés, comme l'indique le tableau 2. Dans cet exemple, la SGED a une extrémité gauche plus épaisse que la distribution normale.

Table 2  
Estimation de la VaR annuelle du rendement de l'indice S&P 500

	VaR 95 %	VaR 99,5 %
<b>SGED</b>	4,6 %	24,2 %
<b>Distribution normale</b>	5,0 %	14,1 %

### ANALYSE DES ONDELETTES

Si l'évolution du risque dépend de quelques forces à fréquences différentes, il se peut qu'un modèle de série chronologique pure ne puisse saisir toutes les différentes tendances. Lorsque l'on prévoit le rendement et la volatilité conditionnelle, le modèle ARMA-GARCH ne tient compte que de l'impact direct des rendements et des volatilités des trois derniers jours. Le modèle ne peut saisir efficacement les répercussions des tendances à moyen et à long terme. On peut faire valoir que des données moins fréquentes (notamment annuelles) peuvent être utilisées pour estimer la VaR annuelle. Toutefois, les données historiques ne suffisent pas à produire une estimation crédible, et des renseignements précieux dans les données de haute fréquence sont perdus.

L'analyse par ondelettes peut servir à analyser simultanément les données historiques de deux dimensions (temps et fréquence). Elle peut être considérée comme une combinaison d'analyse de série chronologique et de transformation de Fourier. La transformation de Fourier permet d'analyser

les données uniquement à partir de la dimension de la fréquence, en supposant que les tendances sont constantes dans le temps. Comme le montre la figure 4, l'analyse par ondelettes permet de conserver davantage de renseignements sur le temps pour les données de haute fréquence et moins de renseignements sur le temps pour les données de basse fréquence.

La transformée en ondelettes discrète à chevauchement maximal (MODWT) est utilisée pour illustrer l'analyse des risques accrus fondée sur des ondelettes. La MODWT est choisie plutôt que plusieurs autres ondelettes parce que sa décomposition à différentes échelles peut facilement être comparée à des séries chronologiques initiales. La MODWT est également moins sensible que les autres transformées en ondelettes au point de départ d'une série chronologique. Cela aide à comprendre les tendances à différentes fréquences : à court, à moyen ou à long terme. Selon la définition de Percival et Walden (2000), la MODWT d'une série chronologique  $X_t, t = 1, 2, \dots, N$  au n<sup>e</sup> niveau  $j$  fonctionne comme suit :

**Coefficient d'ondelettes** 
$$\tilde{W}_{j,t} = \sum_{l=0}^{L_j-1} \tilde{h}_{j,l} X_{t-l \text{ MOD } N},$$

**Coefficient d'échelle** 
$$\tilde{V}_{j,t} = \sum_{l=0}^{L_j-1} \tilde{g}_{j,l} X_{t-l \text{ MOD } N},$$

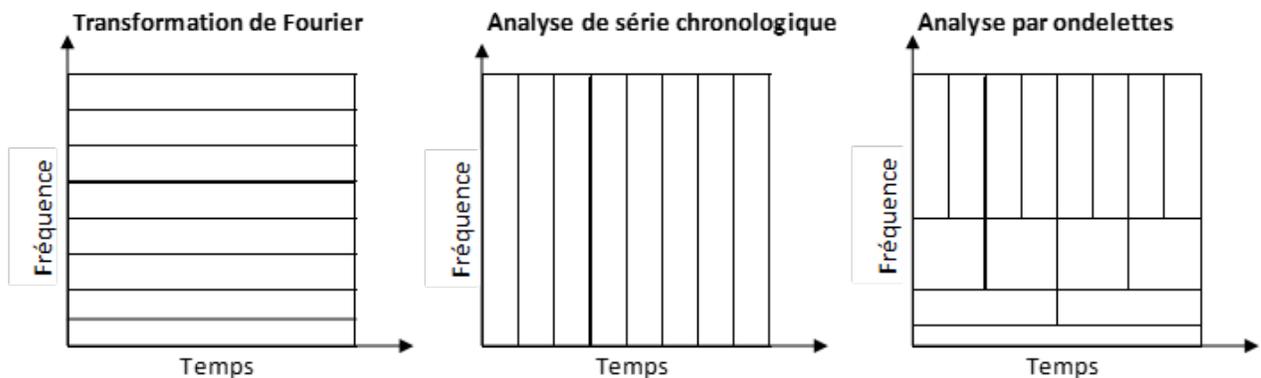
où  $\tilde{h}_{j,l}$  = filtre d'ondelettes construit en mariant les filtres  $j$  composés de  $\tilde{g}_l$  et de  $\tilde{h}_l$ , qui remplit les conditions suivantes :

$$\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l = 0 \quad \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{h}_l^2 = \frac{1}{2} \quad \sum_{l=-\infty}^{\infty} \tilde{h}_l \tilde{h}_{l+2n} = 0 \text{ for all integers } n > 0,$$

$\tilde{g}_{j,l}$  = filtre d'échelle construit en mariant les filtres  $j$  composés de  $\tilde{g}_l$  qui remplit les conditions suivantes :

$$\sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l = 1 \quad \sum_{l=0}^{L-1} \tilde{g}_l^2 = \frac{1}{2} \quad \sum_{l=-\infty}^{\infty} \tilde{g}_l \tilde{g}_{l+2n} = 0 \text{ for all integers } n > 0,$$

Figure 4  
Concept de l'analyse par ondelettes



$$\sum_{l=-\infty}^{\infty} \tilde{g}_l \tilde{h}_{l+2n} = 0 \text{ for all integers } n,$$

$$L_j = (2^j - 1)(L - 1) + 1. L \text{ est la largeur du filtre de base.}$$

Le nombre maximal de niveaux dépend des points de données disponibles. Le tableau 3 indique la fréquence des huit premiers niveaux.

Table 3  
Fréquence des niveaux de décomposition

Niveau (j)	Fréquence	Échelle (1/fréquence)*
1	[1/4,1/2]	2 à 4 jours
2	[1/8,1/4]	4 à 8 jours
3	[1/16,1/8]	8 à 16 jours
4	[1/32,1/16]	16 à 32 jours
5	[1/64,1/32]	32 à 64 jours
6	[1/128,1/64]	64 à 128 jours
7	[1/256,1/128]	128 à 256 jours
8	[1/512,1/256]	256 à 512 jours

\* L'échelle est mesurée en jours ouvrables.

Pour analyser le risque lié aux actions, LA(8) (filtre le moins asymétrique de Daubechies avec  $L = 8$ ) est utilisé pour définir  $\tilde{h}_{j,l}$  and  $\tilde{g}_{j,l}$ . La figure 5 montre les filtres d'ondelettes  $\tilde{h}_{j,l}$  et les filtres d'échelle  $\tilde{g}_{j,l}$  pour les trois premiers niveaux. L'ondelette est réduite à mesure que la largeur s'accroît et que le niveau augmente. La même tendance s'applique lorsque le niveau dépasse le niveau 3.

La série chronologique initiale (rendement quotidien de l'indice S&P 500) est décomposée en huit niveaux. La figure 6 montre les coefficients d'ondelettes ( $\tilde{W}_{j,t}$ ) pour les huit niveaux et les coefficients d'échelle ( $\tilde{V}_{j,t}$ ) pour le huitième niveau. Les coefficients d'ondelette sont plus lisses à un niveau plus élevé et ils représentent la volatilité à plus long terme. Les coefficients d'échelle au plus haut niveau représentent la volatilité qui n'est pas expliquée par les coefficients d'ondelettes.

### ANALYSE DU RISQUE CONSTANT DANS LE TEMPS

L'analyse par ondelettes peut être utilisée pour attribuer la volatilité totale à des niveaux différents. La variance totale peut représenter la somme des variances à chaque niveau :

Figure 5  
Filtres d'ondelettes et échelle LA(8) pour la MODWT

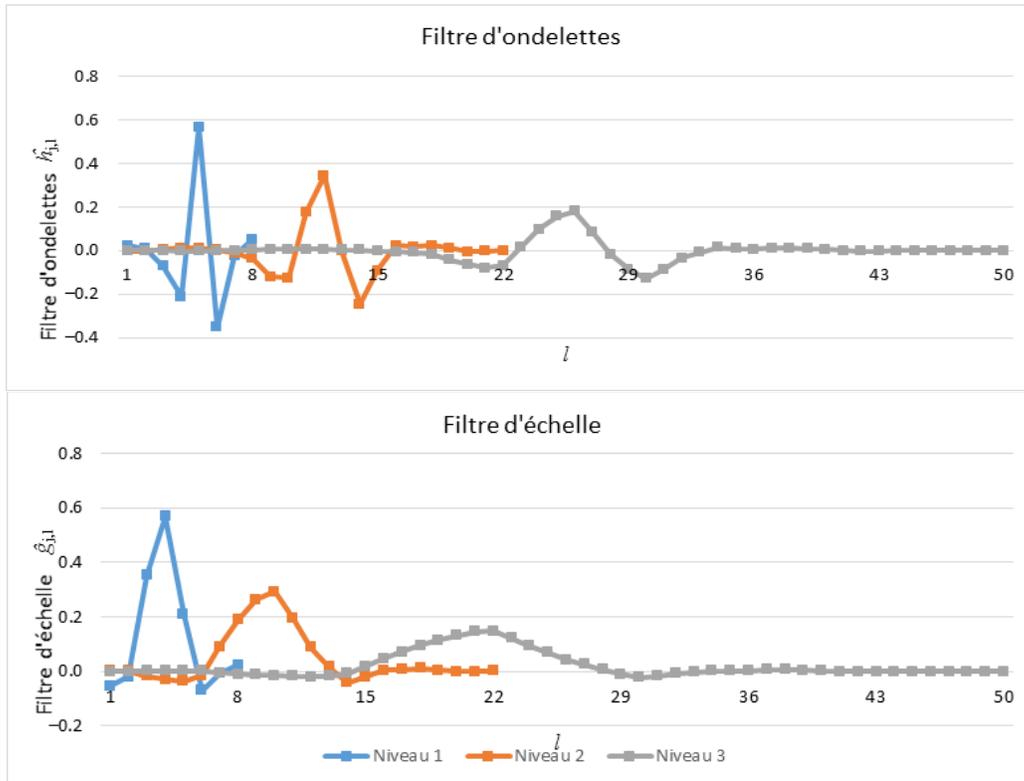
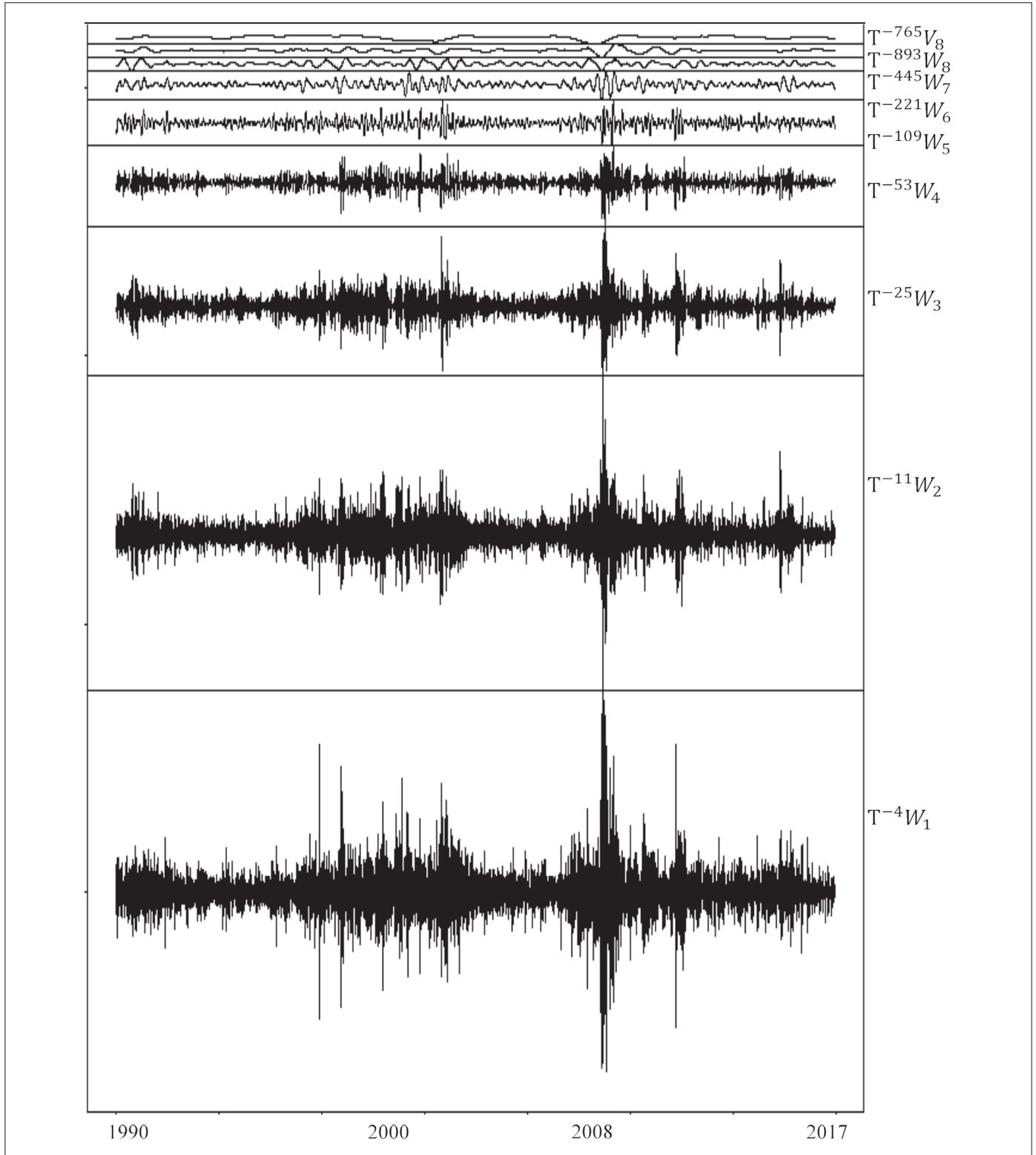


Figure 6  
Les coefficients d'ondelettes et les coefficients d'échelle de la MODWT



Note:  $T^{-i}$  signifie que la série des coefficients est reculée de  $i$  positions de sorte que toutes les séries portent sur une même période. .

$$\sigma_X^2 = \sum_{j=1}^{J_M} \sigma_X^2(j),$$

où

$\sigma_X^2$  = variance totale de la série chronologique initiale,

$\sigma_X^2(j)$  = variance de la décomposition au niveau  $j$ ,

$J_M$  = nombre de niveaux utilisés dans l'analyse des ondelettes.

En outre,  $\sigma_X^2(j)$  comporte un estimateur sans biais :

$$\hat{\sigma}_X^2(j) = \frac{1}{M_j} \sum_{t=L_j-1}^{N-1} \tilde{W}_{j,t}^2,$$

où

$$M_j = N - L_j + 1.$$

Une estimation de l'asymétrie et de l'aplatissement de chaque niveau peut également être établie :

$$\begin{aligned} \text{Asymétrie} \quad \hat{S}_X(j) &= \frac{\frac{1}{M_j} \sum_{t=L_j-1}^{N-1} \tilde{W}_{j,t}^3}{\frac{1}{M_j} \sum_{t=L_j-1}^{N-1} \tilde{W}_{j,t}^2}, \\ \text{Aplatissement} \quad \hat{K}_X(j) &= \frac{\frac{1}{M_j} \sum_{t=L_j-1}^{N-1} \tilde{W}_{j,t}^4}{\hat{\sigma}_X^4(j)}. \end{aligned}$$

Le tableau 4 indique la moyenne, la variance, l'asymétrie et l'aplatissement pour chaque niveau de décomposition et la série chronologique initiale. Les faibles niveaux (haute fréquence/court terme) contribuent à la plus grande partie de la variance de la série initiale de rendements. L'asymétrie et l'aplatissement sont très différents entre les huit niveaux, ce qui indique que les tendances à des fréquences différentes sont différentes et qu'il pourrait être avantageux de les modéliser séparément.

Une approximation de la VaR empirique de la série chronologique initiale peut être établie en groupant la VaR à chaque niveau de décomposition comme suit :

$$VaR_{Agg} = \sqrt{\sum_{j=1}^{J_M} VaR_j^2},$$

où

$VaR_{Agg}$  = VaR groupée,

$VaR_j$  = VaR au niveau  $j$ .

Dans cet exemple, la VaR empirique groupée est de 3,94 % par rapport à 3,93 % lorsqu'elle est calculée directement à partir de la série chronologique initiale. La non-normalité de la série chronologique initiale est bien protégée par les coefficients d'ondelette dans cet exemple.

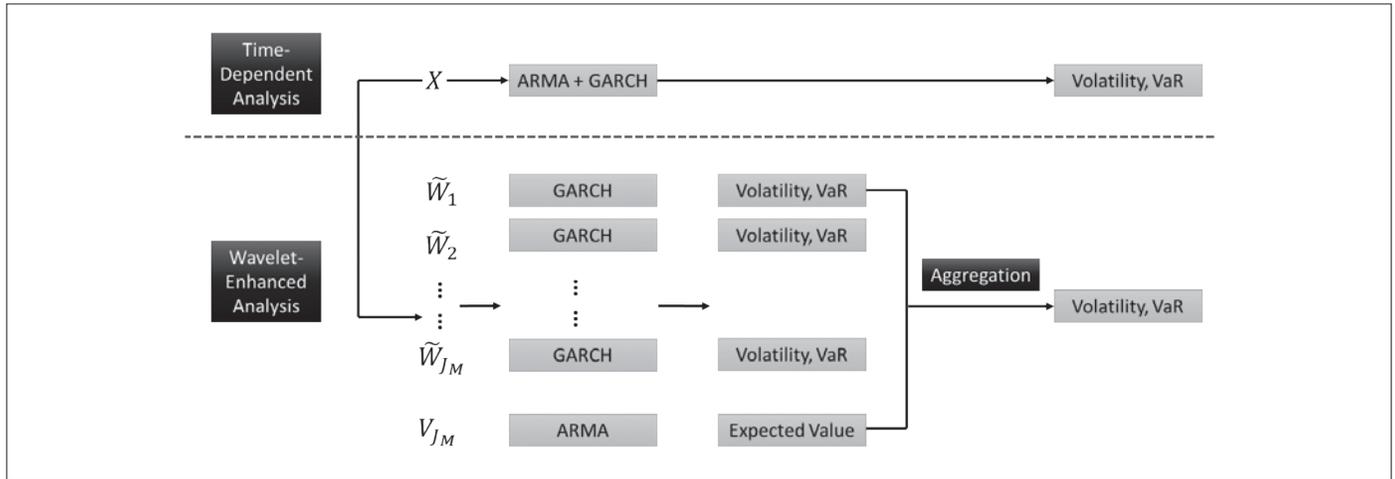
## ANALYSE DES RISQUES VARIANT DANS LE TEMPS

L'analyse des ondelettes dans la section précédente suppose une volatilité constante. L'analyse des risques variant dans le temps peut être améliorée au moyen de l'analyse des ondelettes et pour tenir compte des différents modèles à chaque niveau de décomposition des ondelettes. Cette section s'appuie sur l'exemple ARMA-GARCH pour inclure l'analyse à chaque niveau de décomposition. Comme le montre la figure 7, plutôt que de modéliser la série chronologique initiale à l'aide d'un modèle, l'analyse temporelle améliorée par ondelettes étudie séparément les coefficients d'ondelettes à chaque niveau pour comprendre le risque dans différentes fourchettes de fréquence. Les coefficients d'ondelettes sont ajustés à un modèle GARCH pour obtenir l'information sur la volatilité et la VaR. Les coefficients d'échelle au niveau le plus élevé sont ajustés aux

Tableau 4  
Statistiques descriptives à différents niveaux de décomposition

	Moyenne	Volatilité	Contribution de la variance	Asymétrie	Aplatissement	VaR empirique de 99,5 %	VaR (normale) de 99,5 %
Niveau 1	0,0000 %	0,8 %	53,5 %	0,3	12,7	3,0 %	2,1 %
Niveau 2	0,0000 %	0,6 %	24,9 %	0,2	11,3	2,0 %	1,4 %
Niveau 3	0,0001 %	0,4 %	12,3 %	0,1	7,6	1,2 %	1,0 %
Niveau 4	0,0000 %	0,2 %	5,0 %	0,1	6,3	0,9 %	0,6 %
Niveau 5	0,0001 %	0,2 %	2,3 %	0,1	5,5	0,5 %	0,4 %
Niveau 6	0,0002 %	0,1 %	1,2 %	0,03	5,2	0,4 %	0,3 %
Niveau 7	0,0001 %	0,1 %	0,4 %	0,2	3,7	0,2 %	0,2 %
Niveau 8	0,0001 %	0,1 %	0,3 %	0,3	6,4	0,2 %	0,2 %
Initial	0,0274 %	1,1 %	—	0,2	11,9	3,93 %	2,84 %

Figure 7  
Structure d'analyse temporelle améliorée par ondelettes



modèles ARMA et GARCH pour comprendre la tendance des séries chronologiques. Ils sont groupés pour obtenir le rendement prévu, la volatilité totale et la VaR.

Conformément à la méthode de simulation utilisée dans le modèle des séries chronologiques pour simuler les rendements futurs des actions, des coefficients d'ondelettes peuvent être simulés à chaque niveau de décomposition. La volatilité conditionnelle et la VaR peuvent être projetées pour chaque niveau selon le modèle GARCH étalonné. Elles peuvent être groupées pour prévoir la VaR totale :

$$VaR_{Agg,T+l} = \sqrt{\sum_{j=1}^{J_M} VaR_{j,T+l}^2} - \mathbb{E}(r_{T+l}),$$

$$VaR_{j,T+l} = -\sigma_{j,T+l} SGED_j^{-1}(1-p),$$

où

$VaR_{Agg,T+l}$  = quotidienne groupée à  $VaR$  at  $T + l$ ,  $l$  périodes avant  $T$ ,

$VaR_{j,T+l}$  =  $VaR$  quotidienne à  $T + l$  au niveau de décomposition  $j$ . La valeur attendue des coefficients des ondelettes est zéro et elle n'est donc pas incluse dans la formule,

$\sigma_{j,T+l}$  = volatilité conditionnelle projetée des coefficients d'ondelette du niveau  $j$  à  $T + l$ ,

$SGED_j^{-1}(1-p)$  = le  $[100 \times (1-p)]^e$  centile de la SGED ajustée pour les coefficients d'ondelette de niveau  $j$ .

La figure 8 montre la prévision de la fourchette de rendements quotidiens fondée sur 1 000 simulations pour 250 jours de négociation à compter du début d'octobre 2017. Les rendements

L'analyse des risques variant dans le temps peut être améliorée au moyen de l'analyse des ondelettes et pour tenir compte des différents modèles à chaque niveau de décomposition des ondelettes.

quotidiens réels jusqu'en septembre 2018 sont comparés aux fourchettes projetées. Bien que 10,2 % des rendements réels se situent dans la fourchette du milieu de 90 % (du 5<sup>e</sup> au 95<sup>e</sup> centile), 0,7 % des rendements réels se situent dans la fourchette du milieu de 99 % (du 0,5<sup>e</sup> au 99,5<sup>e</sup> centile). Par rapport à une prévision purement temporelle, comme dans la figure 3, la prévision améliorée par les ondelettes comporte une fourchette prévue plus large pour les rendements extrêmes (0,5<sup>e</sup> centile et 99,5<sup>e</sup> centile).

Pour les décideurs à plus long terme, la VaR annuelle est une meilleure mesure que la VaR quotidienne aux fins de l'évaluation des risques. L'analyse multirésolution (MRA) fondée sur la MODWT peut être utilisée pour construire les rendements quotidiens à partir des coefficients transformés qui préservent l'autocorrélation des rendements quotidiens. Les rendements annuels sont ensuite calculés en fonction des rendements quotidiens simulés. Le tableau 5 compare la VaR annuelle calculée selon différentes méthodes pour la période comprise entre octobre 2017 et septembre 2018. L'analyse temporelle améliorée par ondelettes fournit une VaR annuelle beaucoup plus élevée qu'une analyse temporelle pure, compte tenu de la

Figure 8  
Estimation de la fourchette de rendements quotidiens de l'indice S&P 500 fondée sur des ondelettes

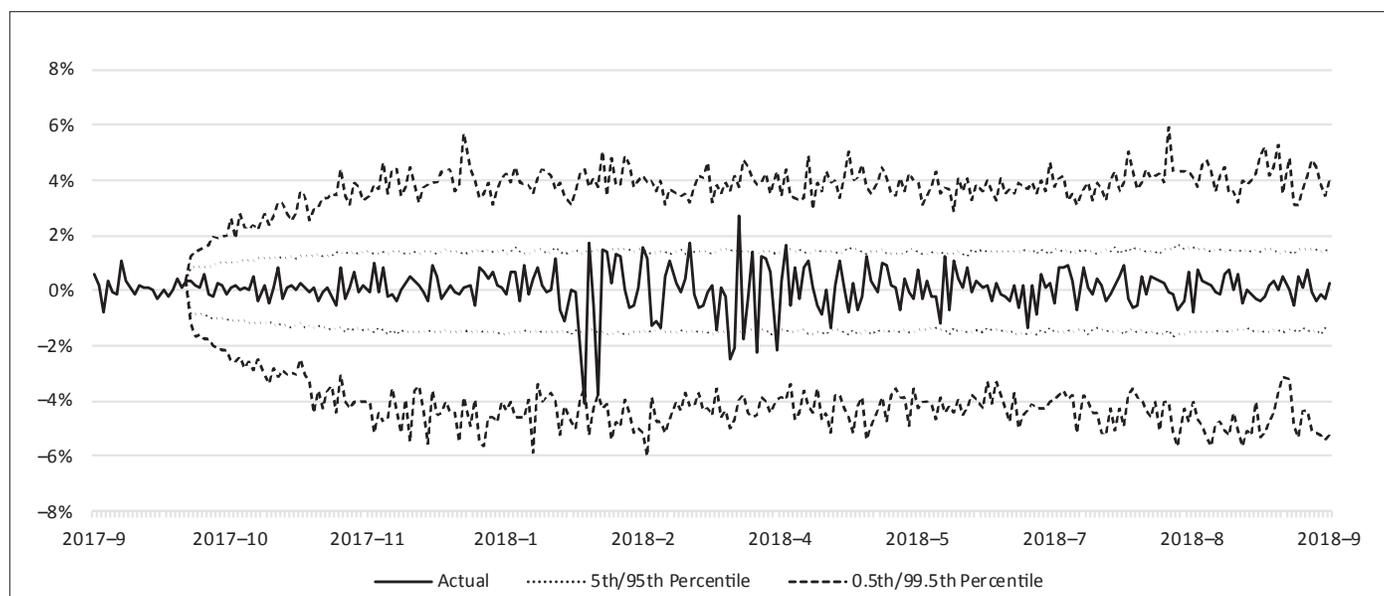


Tableau 5  
Estimation de la VaR annuelle du rendement de l'indice S&P 500

	Type de projection	Modèle	VaR 95 %	VaR 99,5 %
<b>Analyse temporelle</b>	Conditionnelle	ARMA + GARCH	4,6 %	24,2 %
<b>Analyse temporelle améliorée par ondelettes</b>	Conditionnelle	MODWT + MRA	17,6 %	39,9 %
<b>Analyse empirique (janv. 1990 – sept. 2017)</b>	Inconditionnelle	Analyse statistique	26,9 %	43,5 %

faible volatilité observée en septembre 2017. L'analyse par ondelettes a une mémoire plus longue et aide à préserver le modèle à long terme bien mieux que l'analyse temporelle dans cet exemple. L'analyse temporelle améliorée par ondelettes tient également compte des conditions actuelles du marché pour prévoir le risque futur à un horizon temporel donné.

Pour l'estimation de la VaR à un niveau de confiance élevé, l'analyse temporelle améliorée par ondelettes est la meilleure option d'après les résultats du contrôle ex post. De plus, ce type d'analyse peut s'ajuster en temps opportun en fonction de nouveaux renseignements.

## CONCLUSION

Contrairement à l'analyse des séries chronologiques, l'analyse par ondelettes peut servir à analyser systématiquement et simultanément les données des séries chronologiques historiques en fonction du temps et de la fréquence. L'analyse par ondelettes fournit une décomposition du risque total et permet de déterminer si le risque à court, à moyen ou à long terme domine. Elle peut mieux saisir différents modèles à différents niveaux de

fréquence pour améliorer l'estimation des risques. Les mesures du risque, comme la volatilité et la VaR, peuvent être calculées directement à l'aide de modèles à ondelettes.

L'analyse par ondelettes est particulièrement utile lorsque l'horizon temporel a une incidence importante sur l'analyse des risques. Elle peut aider à peaufiner des hypothèses comme la volatilité, l'épaisseur de l'extrémité et la corrélation selon l'horizon temporel de l'analyse des risques. □



Kailan Shang, FSA, AICA, CFA, PRM, SCJP, est directeur associé chez Aon PathWise Solutions Group, Canada. Vous pouvez le joindre à [kevin.shang@aon.com](mailto:kevin.shang@aon.com).

## REFERENCE

Percival, Donald B. et Andrew T. Walden. 2000. *Wavelet Methods for Time Series Analysis*. New York: Cambridge University Press, pp. 159–180.



## Elevate Your Analysts with the Certified Actuarial Analyst (CAA) Qualification

Support your staff with this professional growth opportunity:

- **Enhance** technical and analytical abilities
- **Expand** your data analyst team's actuarial skill set
- **Strengthen** data set analysis and communication of financial concepts
- **Build** employee loyalty and demonstrate your commitment

Empower your analysts to take the first step today at [CAA-Global.org](https://www.caa-global.org)

*CAA Global is a joint venture of the Institute and Faculty of Actuaries (IFoA) and the Society of Actuaries (SOA).*



# Une nouvelle méthode d'évaluation de l'excédent économique d'une société d'assurances

Par Dariush Akhtari

*Note de l'éditeur : Le présent article est adapté d'un document de recherche faisant partie de l'appel de documents lancé en prévision du Symposium 2019 sur la gestion du risque d'entreprise. Il a reçu le Prix de la section conjointe CAS/ICA/SOA sur la gestion des risques pour des applications pratiques de gestion des risques. Le document complet est disponible à l'adresse suivante : [www.ermssymposium.org/wp-content/uploads/2019/05/Akhtari\\_JRMS-Prizewinner.pdf](http://www.ermssymposium.org/wp-content/uploads/2019/05/Akhtari_JRMS-Prizewinner.pdf).*

Une étape cruciale du calcul de la valeur d'une société aux fins des rapports financiers réside dans le calcul de la valeur marchande de l'excédent économique (VMEE). Le présent article propose une nouvelle méthode de calcul de la VMEE qui est stable et raisonnablement à l'abri du « bruit du marché »<sup>1</sup>. Les méthodes actuelles de calcul de l'excédent économique d'une société d'assurances définissent généralement cet excédent comme la valeur marchande de l'actif (VMA) qui appuie le passif moins la valeur marchande du passif (VMP). Bien que la VMA soit observable sur le marché, la VMP est habituellement calculée directement, sans égard aux actifs sous-jacents. La soustraction de la VMP de la valeur de l'actif qui varie en fonction des fluctuations du marché se traduit par un excédent instable. Par conséquent, un excédent qui ne tient pas entièrement compte de l'humeur du marché a été rejeté par de nombreux intervenants. Cette même méthode est également utilisée dans le calcul de la valeur intrinsèque conforme au marché (MCEV) lorsqu'une méthode fondée sur le bilan est utilisée<sup>2</sup>.

À l'heure actuelle, la plupart des méthodes directes de calcul de la VMP consistent à actualiser au taux sans risque (TSR) majoré d'un écart pour tenir compte de l'illiquidité du passif. D'autres ajustements sont habituellement effectués pour tenir compte (1) du capital qui doit être détenu si le modèle futur des flux de trésorerie ne correspond pas aux flux projetés et (2) du fait que l'intérêt gagné sur les fonds d'une société d'assurances est imposé au sein de la société avant d'être distribué aux actionnaires; il devient donc un revenu imposable pour l'actionnaire lors de la distribution.

Le facteur le plus important de la méthode directe de calcul de la VMP est la façon dont l'écart est calculé et la rapidité avec laquelle cet écart peut réagir aux variations du marché. Malheureusement, les méthodes actuellement proposées reposent sur des écarts qui ne réagissent pas assez rapidement aux mouvements du marché. Cela s'explique par le fait que, contrairement à l'actif, il n'existe pas de valeurs observables pour le passif, ce qui entraîne un excédent économique volatil.

Comme la valeur économique de l'excédent et la MCEV sont calculées de façon semblable, les expressions « MCEV » et « excédent économique » (et « VMEE ») seront utilisées de façon interchangeable dans le présent article. La MCEV est un excellent outil pour déterminer la valeur de l'entreprise et elle est largement utilisée en Europe; toutefois, son utilisation aux États-Unis a été réduite en raison de sa nature volatil.

## MÉTHODES GÉNÉRALES DE CALCUL DE LA VMP

Les méthodes de calcul de la VMP peuvent être généralisées en deux grandes catégories distinctes.

### La VMP ne doit pas dépendre de la valeur de l'actif qui l'adosse

Ce concept découle de la croyance selon laquelle chaque objet a une valeur unique, peu importe son propriétaire. Les partisans de cette méthode insistent pour établir une valeur unique pour un passif d'assurance, pour lequel le marché n'est ni liquide ni actif. À cette fin, ils se sont concentrés sur une courbe d'actualisation unique qui peut être appliquée aux flux de trésorerie d'assurance pour obtenir la valeur marchande du passif. Un exemple simple met en évidence une lacune de cette approche. Supposons que deux contrats d'assurance temporaire identiques pour la même valeur nominale sur la vie de la même personne sont détenus



par deux sociétés d'assurances différentes. Puisque les sinistres-décès projetés par les deux sociétés ne seraient probablement pas identiques, leur actualisation au moyen de taux identiques n'entraînerait pas des valeurs identiques.

### La VMP doit tenir compte de l'actif qui l'adosse

Ce concept reflète un certain nombre d'éléments extrêmement importants des marchés de l'assurance et des modèles d'affaires :

1. En raison de l'illiquidité des flux de trésorerie d'assurance, les assureurs pourraient acheter et détenir un instrument jusqu'à l'échéance, ce qui les rendrait indifférents à la migration de crédit de cet actif.
2. Aucun passif n'est vendu sans l'actif qui l'adosse.
3. Les flux de trésorerie de nombreux produits d'assurance dépendent des éléments d'actif qui les adossent (p. ex., rente fixe, assurance-vie universelle ou rente variable).
4. La VMP est utilisée pour calculer de nombreuses mesures de la gestion de l'actif-passif (GAP), notamment la durée et la convexité. Le fait de ne pas tenir compte de la valeur de concert avec l'actif qui l'adosse entraînera une mauvaise gestion des activités. Cette question importante est examinée plus en détail à la section suivante.

### LACUNES DE LA MÉTHODE ACTUELLE DE CALCUL DE LA VMP

Un exemple simple peut servir à mettre en évidence une lacune majeure dans l'évaluation du passif indépendant de l'actif qui l'adosse. Dans cet exemple, supposons que le panier d'actifs

adossant le passif comporte des flux de trésorerie qui correspondent à ceux du passif dans chaque scénario. Supposons maintenant qu'un écart par rapport au taux sans risque a été fourni pour calculer la valeur du passif. La figure 1 montre trois taux : le taux sans risque, le taux utilisé pour actualiser le passif et le taux de rendement ajusté en fonction du risque de l'actif sous-jacent<sup>3</sup>. Dans cet exemple, le rendement moyen de l'actif est d'environ 84 points de base par rapport au taux sans risque, et l'écart moyen utilisé pour actualiser le passif est d'environ 36 points de base. Cet écart fait en sorte que la valeur de l'actif est inférieure à la valeur du passif.

Le tableau 1 présente les mesures et les valeurs de la GAP d'après les taux indiqués à la figure 1. Puisque les flux de trésorerie de l'actif étaient identiques à ceux du passif dans tous les scénarios, on s'attendrait à ce que cette combinaison d'actifs et de passifs produise un excédent nul. Toutefois, cette méthode ne produit pas un excédent nul au taux d'évaluation ou en vertu de l'un des chocs de taux. Un seul taux déterministe a été utilisé dans cet exemple simple pour souligner le problème, mais nous aurions pu utiliser un ensemble de simulations stochastiques et nous aurions obtenu un résultat semblable.

Si la méthode de sélection des actifs avait été la technique du portefeuille apparié, et si la technique du portefeuille apparié avait effectivement produit le panier exact d'actifs, elle serait à l'abri de ce défaut puisque la valeur du passif serait établie à la valeur du panier d'actifs. Toutefois, même cette méthode a ses limites :

- Rien ne garantit que la méthode produirait le panier d'actifs exact. Il est fort possible que deux paniers différents soient produits, selon l'univers des actifs de départ.

Figure 1  
Courbes d'actualisation

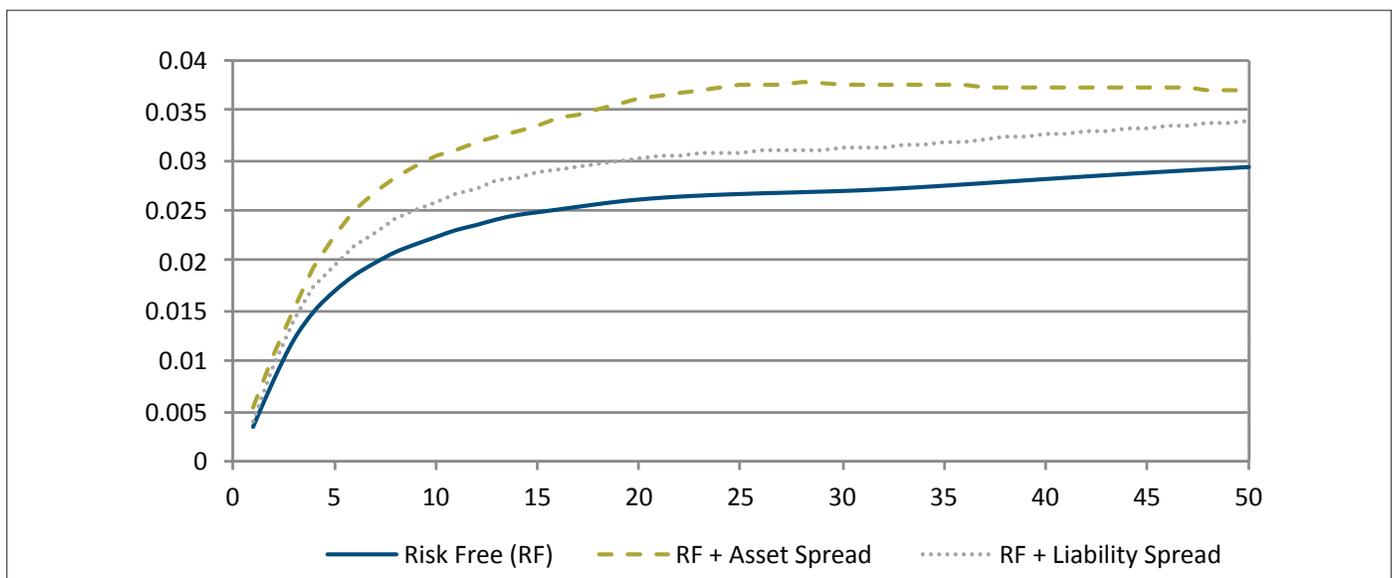


Tableau 1  
Mesures de la GAP—Méthode actuelle (appariement des flux de trésorerie de l'actif et du passif), en millions de dollars

Mesure	Courbe de base	Augmentation de taux de 25 pb	Augmentation de taux de 300 pb	Diminution de taux de 25 pb
VMA	714,9	692,9	507,6	737,9
Durée de l'actif	12,6	12,4	10,3	12,8
Convexité de l'actif	2,43	2,36	1,73	2,50
VM01 de l'actif	(0,90)	(0,86)	(0,53)	(0,94)
VMP	765,2	740,7	535,3	791,0
Durée du passif	13,2	12,9	10,8	13,4
Convexité du passif	2,62	2,54	1,86	2,70
VM01 du passif	(1,01)	(0,96)	(0,58)	(1,06)
Excédent	(50,4)	(47,8)	(27,8)	(53,1)
VM01 de l'excédent	0,11	0,10	0,05	0,11

Abréviations : pb, points de base; VMA, valeur marchande de l'actif; VMP, valeur marchande du passif.

- Le comportement des titulaires de police ne peut être reproduit avec les instruments du marché<sup>4</sup>; il serait donc impossible d'en arriver à un panier d'actifs qui reproduit le passif.
- Les techniques d'appariement reposent sur une régression linéaire qui minimise les erreurs, mais qui ne correspond pas nécessairement aux flux de trésorerie.
- Les résultats dépendent des scénarios exécutés. Deux sociétés utilisant les mêmes hypothèses, mais des générateurs de scénarios économiques (GSE) différents pourraient obtenir des paniers d'actifs différents.
- L'émission récursive des produits, l'interdépendance des flux monétaires du passif et de l'actif qui l'adosse signifient que cette méthode ne peut pas être appliquée pour évaluer près du tiers des produits existants sur le marché de l'assurance.

### Lacunes du recours à des GSE

Les GSE sont étalonnés pour reproduire la valeur observée des instruments du marché. Selon les instruments utilisés pour étalonner les paramètres et les modèles, les scénarios de deux modèles différents de GSE ne seront pas les mêmes. Ces scénarios différents sont susceptibles de générer des flux de trésorerie du

passif qui peuvent être sensiblement différents. Dans bien des cas, les mesures de la GAP pour le passif sont calculées à l'aide d'un ensemble de scénarios fondés sur un certain GSE à risque neutre. Toutefois, il se peut que les mesures GAP pour l'actif n'aient pas été calculées à l'aide des mêmes scénarios. Lorsque des GSE différents sont utilisés pour évaluer l'actif et le passif, la réévaluation du passif à l'aide des scénarios utilisés pour évaluer l'actif peut entraîner une variation importante de la valeur du passif, de même que des mesures de la GAP pour ce passif.

### MÉTHODE PROPOSÉE POUR LE CALCUL DE LA VMP

Comme il a été indiqué, le calcul de la VMP est important pour établir la valeur marchande de l'excédent, obtenue en soustrayant la VMP de la valeur marchande de l'actif. La formule utilisée à cette fin est  $VME = VMA - VMP$ . Toutefois, si l'objectif consiste à évaluer la VME, pourquoi ne pas la calculer directement? La VMP peut ensuite être obtenue en soustrayant la VME de la VMA, en évitant les complexités associées au calcul direct de la VMP, ce qui implique l'actualisation des flux de trésorerie du passif. Essentiellement, la méthode proposée dans le présent article permet d'obtenir une valeur plus stable du passif fondé sur le marché.

Dans la méthodologie proposée, la terminologie est empruntée à la valeur intrinsèque conforme au marché en raison de son acceptabilité dans de nombreuses régions du monde<sup>5</sup>:

$FTA_t$  = Flux de trésorerie de l'actif ajustés en fonction des expositions en cas de défaut au temps  $t^6$

$FTP_t$  = Flux de trésorerie du passif de meilleure estimation au temps  $t$  (rentées de trésorerie moins sorties de trésorerie)

$TA$  = Taux d'actualisation (variable dans le temps)

$\text{Écart}_t$  = Écart par rapport au taux sans risque (TSR) =  $TA_t - \text{TSR}_t$

$VTOGF$  = Valeur temporelle des options et garanties financières

$CRRNC$  = Coût des risques résiduels qui ne peuvent être couverts

$CFCR$  = Coût frictionnel du capital requis

$FTN_t$  = Flux de trésorerie nets au temps  $t = FTA_t + FTP_t$

$S^* = VA(@TA)(FTN_t)$

Supposons que l'actif qui adosse le passif est établi en fonction du montant nécessaire pour couvrir le montant de la réserve prévue par la loi. L'excédent de la valeur de l'actif sur l'actif nécessaire pour couvrir le passif calculé à l'aide d'un ensemble d'hypothèses de meilleure estimation sans égard à la solvabilité peut être considéré comme un excédent au niveau de la gamme d'activités. En d'autres termes, cet excédent équivaut à la marge

de solvabilité utilisée dans Solvabilité II ou aux provisions pour écarts défavorables. Dans le présent article, l'expression « excédent de la société » désigne également la somme du capital requis (CR) et de l'excédent disponible.

À la première étape de la méthode proposée, la société doit mettre en place une stratégie de placement bien définie qui détermine les catégories d'actifs, la composition de l'actif et la qualité de l'actif dans lesquelles elle entend investir pour réaliser les flux de trésorerie prévus pour l'année  $t$ .

Dans le cadre de cette méthode, les flux de trésorerie de l'actif ajustés en fonction des expositions en cas de défaut sont projetés à l'aide des matrices de transition acceptées par l'industrie<sup>7</sup>. Les flux de trésorerie de l'actif et du passif sont projetés à l'aide d'hypothèses de meilleure estimation pour l'actif adossant le passif en vertu du même scénario. L'objectif consiste à représenter les flux de trésorerie attendus, car les activités sont gérées en fonction d'hypothèses propres à la société et de mesures prises par la direction. Lorsque les flux de trésorerie de l'actif et du passif sont projetés selon le même scénario, leurs flux de trésorerie nets pour chaque période sont produits. Les flux de trésorerie nets au moment  $t$  seront positifs (excédent ou actif), soit négatifs (déficit ou passif).

Une méthode comportant un attrait théorique consiste à utiliser différents taux d'actualisation du risque afin d'actualiser les flux de trésorerie nets de l'actif et les flux de trésorerie nets du passif. Plus précisément, un flux de trésorerie net de l'actif dans un an représente un montant qui peut accroître l'excédent à ce moment-là. Pour convertir immédiatement ce montant en espèces, l'entreprise peut emprunter un montant aujourd'hui et rembourser le plein montant avec le flux de trésorerie dans un an. Par conséquent, il est logique que le taux d'actualisation à utiliser pour convertir un flux de trésorerie net positif futur en espèces soit le taux d'emprunt auquel la société serait assujettie. Ce taux serait fondé sur la cote de crédit de la société. Par contre, un flux de trésorerie net du passif devrait être entièrement financé par les actifs investis. Le taux d'actualisation des flux de trésorerie nets du passif doit être fondé sur la stratégie de placement de la société, qui comprend la composition de l'actif et les taux de rendement correspondants ajustés en fonction du risque. Cette combinaison de la cote de crédit de la société et du rendement ajusté en fonction du risque découlant de la stratégie de placement de la société définit le taux d'actualisation (TA).

Malgré l'attrait théorique de l'utilisation de deux taux d'actualisation différents, il existe certaines limites pratiques. On pourrait débattre que si l'on recourait trop au crédit, la cote de crédit de la société se détériorerait et les coûts d'emprunt augmenteraient. En outre, la cote d'une société dépend également du type d'actifs investis, de sorte que le coût d'emprunt et le rendement des actifs investis rajusté en fonction du risque pourraient converger. Pour ces raisons,

on suggère que les flux de trésorerie nets positifs et négatifs soient actualisés au même taux de rendement ajusté en fonction du risque qui définira ensuite le TA. Cela signifie que tout ce qui est nécessaire, ce sont les taux utilisés pour l'actualisation, par opposition à un écart sur le taux sans risque. Toutefois, aux fins de déclaration, l'écart pourrait être calculé en soustrayant le taux sans risque du taux d'actualisation. Il convient de noter que l'écart est une courbe qui varie selon la période. Pour connaître l'écart lorsque de nombreux scénarios sont exécutés, il faut convertir le TA et le TSR en taux à terme, ce qui signifie « écart » en taux à terme ou à court terme. Cela permettra l'ajout d'un écart lors de l'actualisation à l'aide de taux à court terme pour chaque trajectoire ou scénario.

Pour les produits assortis d'options et de garanties, un ensemble stochastique de scénarios à risque neutre doit être créé. Les flux de trésorerie de l'actif et du passif sont projetés à l'aide de ces scénarios. Les  $FTN_t$  de chaque scénario sont calculés et actualisés à l'aide du taux à court terme du scénario majoré de l'écart (calculé comme l'écart par rapport au taux à terme). En soustrayant la moyenne des  $S^*$ s résultants (dérivés de l'ensemble des scénarios stochastiques) de  $S^*$  (dérivés d'un seul scénario déterministe fondé sur le TSR en vigueur à la date d'évaluation), la valeur temps des options et garanties financières (VTOGF) émerge. Essentiellement, la moyenne de  $S^*$ s reflète implicitement la VTOGF.

Puisque des hypothèses de meilleure estimation sont utilisées pour calculer les flux de trésorerie nets cumulatifs, il faut tenir compte de la variance possible des résultats. La méthode du coût du capital pourrait être utilisée pour tenir compte de cette variance<sup>8</sup>. Pour rendre cette méthode conforme à la MCEV, le présent article emprunte le calcul du coût des risques résiduels qui ne peuvent être couverts (CRRNC) et l'utilise de façon cohérente<sup>9</sup>. Le calcul du CRRNC doit tenir compte du montant le plus élevé du capital requis réglementaire et de la valeur du capital calculée à l'aide de niveaux de confiance aux fins de l'évaluation interne du capital/MCEV.

De façon générale, le CRRNC désigne les frais de capital pour les hypothèses non économiques. Toutefois, puisque la génération des flux de trésorerie de l'actif utilise les taux de défaut les plus probables des matrices de transition, il faut tenir compte de la probabilité que les défauts réels soient supérieurs aux projections. C'est pourquoi le présent article utilise également la même méthode du coût du capital pour l'exigence de capital pour défaut. Cela signifie que le CRRNC est élargi pour tenir compte du risque de défaut au delà de la meilleure estimation.

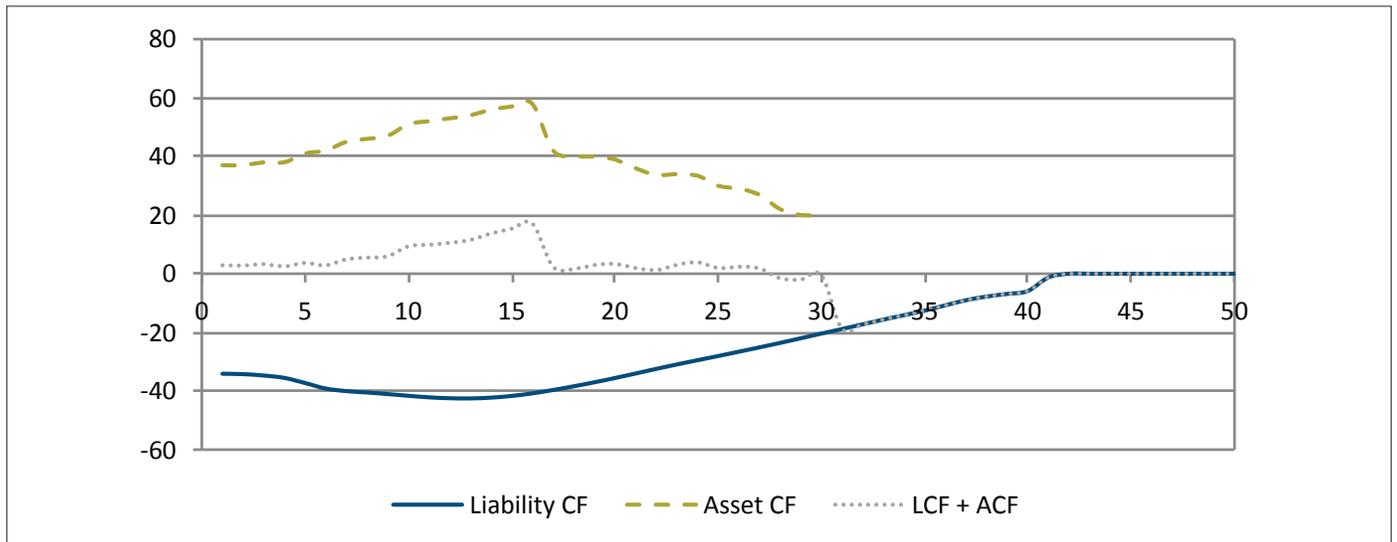
La fiscalité entre en jeu dans deux domaines. L'un est l'impôt sur le revenu généré par la libération de conservatisme intégré aux réserves détenues, et l'autre est l'impôt sur le revenu de placement gagné sur le CR. Dans la méthode proposée, les flux

À la première étape de la méthode proposée, la société doit mettre en place une stratégie de placement bien définie qui détermine les catégories d'actifs, la composition de l'actif et la qualité de l'actif dans lesquelles elle entend investir pour réaliser les flux de trésorerie prévus pour l'année  $t$ .

de trésorerie du passif comprennent l'impôt sur le revenu, mais non l'impôt sur le revenu de placement des actifs qui appuient le CR. En outre, comme le revenu de placement sur le CR est imposable, le présent article emprunte davantage le coût frictionnel du capital requis (CFCR) de l'American Academy of Actuaries (2011). Il convient de noter que si l'on suppose que l'actif adossant le passif comprend le CR, l'impôt sur le revenu calculé inclurait déjà l'impôt sur le revenu de placement gagné sur le CR, et le CFCR devrait être ajusté pour exclure cet impôt.

L'application du taux sans risque au-delà des valeurs observables sur le marché dépasse la portée du présent article. Toutefois, l'auteur est en faveur de la prolongation du taux sans risque au moyen d'un retour à la moyenne des taux à long terme, car cette période supplémentaire devrait permettre de stabiliser l'excédent.

Figure 2  
Flux de trésorerie



Abréviations : ACF (FTA), flux de trésorerie de l'actif; CF (FT), flux de trésorerie; LCF (FTP), flux de trésorerie du passif.

La valeur marchande de l'excédent devient alors  $VME = S^* - VTOGF - CRRNC - CFCR^{10}$ . Cette évaluation signifie que la VME est intervenue pour tous les frais de capital et d'impôt à un niveau de confiance particulier – la MCEV demande 99,5 %. D'après cette méthode, la somme de la VME et de la valeur marchande de l'excédent d'une société correspondrait à la MCEV selon la méthode du bilan.

Aux fins de l'évaluation du passif sans actif, par exemple au moment d'évaluer les nouvelles polices, les flux de trésorerie projetés du passif sont actualisés à l'aide du TA créé à partir de l'actif à investir pour adosser le passif selon la stratégie de placement. En outre, si les flux de trésorerie du passif dépendent des rendements du portefeuille, le portefeuille est présumé générer le TA pour la période.

### JUSTIFICATION DE LA NOUVELLE PROPOSITION

Il importe de se rappeler que le risque lié à la GAP est le risque créé par la non-concordance des flux de trésorerie de l'actif et du passif. En principe, une méthode qui tient compte de ces écarts de flux de trésorerie est plus avantageuse pour la direction de l'entreprise. Cette proposition offre deux avantages importants :

1. l'actif existant sur le marché, par opposition à l'actif synthétique généralement utilisé dans les méthodes du portefeuille apparié, sert à couvrir les flux de trésorerie nets;
2. la stratégie de placement de la société est intégrée au choix des actifs, ce qui permet d'appliquer la MCEV, la GAP et la façon dont les activités sont gérées.

Tableau 2  
Comparaison des mesures de la GAP à l'aide des méthodes actuelle et proposée, en millions de dollars

Mesure	Méthode actuelle de mesure de la GAP (Actualisation L)				Mesure	Méthode proposée de mesure de la GAP (actualisation FTN)			
	Courbe de base	Aug. de taux de 25 pb	Aug. de taux de 300 pb	Diminution de taux de 25 pb		Courbe de base	Aug. de taux de 25 pb	Aug. de taux de 300 pb	Diminution de taux de 25 pb
VMA	778,6	756,6	565,3	801,5	VMA	62,1	62,5	58,7	61,6
Durée de l'actif	11,5	11,4	9,9	11,7	Durée de l'actif	(2,7)	(1,6)	4,8	(4,0)
Convexité de l'actif	1,95	1,90	1,49	1,99	Convexité de l'actif	(4,71)	(4,16)	(0,97)	(5,33)
VM01 de l'actif	(0,90)	(0,86)	(0,56)	(0,94)	VM01 de l'actif	0,02	0,01	(0,03)	0,02
VMP	765,2	740,7	535,3	791,0	VMP	716,5	694,1	506,6	739,9
Durée du passif	13,2	12,9	10,8	13,4	Durée du passif	12,8	12,6	10,4	13,0
Convexité du passif	2,62	2,54	1,86	2,70	Convexité du passif	2,52	2,45	1,77	2,60
VM01 du passif	(1,01)	(0,96)	(0,58)	(1,06)	VM01 du passif	(0,92)	(0,87)	(0,53)	(0,96)
Excédent	13,4	15,9	30,0	10,5	Excédent	62,1	62,5	58,7	61,6
VM01 de l'excédent	0,11	0,10	0,02	0,12	VM01 de l'excédent	0,02	0,01	(0,03)	0,02

Abréviations : pb, points de base; VMA, valeur marchande de l'actif; VMP, valeur marchande du passif; FTN, flux de trésorerie nets.

Toutefois, l'avantage le plus important de cette méthode porte sur le fait qu'elle permet une gestion des placements plus pertinente à l'aide des mesures de la GAP. Cela devient clair à l'aide d'un exemple. Il a été indiqué précédemment que si l'actif adossant le passif a des flux de trésorerie identiques à ceux du passif, les mesures de la GAP de cet actif doivent également être identiques à celles du passif. Ce ne sera jamais le cas si l'évaluation du passif est indépendante de l'actif qui l'adosse. Aux fins de cet exemple, l'approche proposée donnerait lieu à des flux de trésorerie nets nuls à toutes les durées, d'où un excédent nul dans n'importe quel scénario et dans l'ensemble, en veillant à ce que toutes les mesures de la GAP de l'actif correspondent également à celles du passif.

Dans l'exemple qui suit, les mêmes flux de trésorerie du passif qu'auparavant sont utilisés, tandis que les flux de trésorerie de l'actif sont projetés à partir des actifs réels qui les adossent. La courbe d'actualisation utilisée pour l'actualisation des FTN est présumée la même que celle de l'exemple précédent, qui pourrait être réalisable sur le marché actuel selon la stratégie de placement documentée. On suppose ici que les flux de trésorerie de l'actif et du passif ne sont pas sensibles aux taux d'intérêt, de sorte que seuls les taux d'intérêt influent sur les mesures de la GAP. La figure 2 montre les flux de trésorerie de l'actif et du passif, les flux de trésorerie du passif étant représentés par les entrées moins les sorties. Comme on peut le voir, entre

la 7<sup>e</sup> et la 16<sup>e</sup> année, il y a d'importants flux de trésorerie nets excédentaires (FTP + FTA) pour couvrir les déficits à partir de la 30<sup>e</sup> année, lorsqu'il n'y a pas de flux de trésorerie de l'actif.

L'examen du tableau 2 révèle que la méthode actuelle suggère un excédent de 13,4 millions de dollars, et si les taux augmentent instantanément de 300 pb, l'excédent passe à 30 millions de dollars (une augmentation de 16,6 millions de dollars). La méthode proposée indique d'abord que cette combinaison d'actif et de passif affiche en fait un excédent de 62,1 millions de dollars et qu'une augmentation des taux de 300 pb réduit l'excédent de 3,4 millions de dollars (par rapport à un excédent de 16,6 millions de dollars selon la méthode actuelle). Par conséquent, une hausse des taux nuit à cette combinaison d'actif et de passif, contrairement à ce que suggère la méthode actuelle.

La méthode actuelle *sous-estime* d'abord et avant tout la valeur de ce bloc d'actif et de passif. En outre, elle produit non seulement un excédent plus important pour les chocs de taux d'intérêt, mais dans cet exemple, elle laisse également entendre qu'une variation importante des taux d'intérêt pourrait être avantageuse pour l'entreprise, alors qu'elle pourrait en fait lui être préjudiciable. De plus, il convient de noter qu'en vertu de la méthode proposée, une variation de taux de 25 pb a une incidence de seulement 0,4 million de dollars sur l'excédent, ce qui souligne la stabilité de cette méthode par rapport à la méthode actuelle.

Nota : Dans la méthode proposée, la VMP n'a pas été calculée directement, mais plutôt comme la valeur de l'actif moins la valeur de l'excédent.

## AVANTAGES DE LA NOUVELLE PROPOSITION

Le plus grand avantage de la méthode proposée tient au fait que la VME qui en découle devrait être raisonnablement stable et beaucoup moins sensible au bruit du marché que la VME obtenue en vertu de la méthode actuelle. Il convient de noter qu'à moins d'utiliser le même GSE et les mêmes hypothèses d'actualisation pour calculer l'actif et le passif, on introduira de la volatilité dans la valeur de l'excédent.

### Et si le taux d'actualisation n'était pas bien défini?

Puisque l'excédent représente une fraction de la valeur du passif, même en cas de désaccord au sujet des taux d'actualisation appliqués aux FTN, l'ampleur du désaccord est considérablement atténuée. De façon générale, l'actif adossant le passif est établi sur la base d'une réserve prévue par la loi qui est légèrement supérieure au passif de meilleure estimation, disons d'environ 10 %. Ainsi, lorsque les flux de trésorerie nets sont actualisés, le taux d'actualisation est appliqué à cette tranche de 10 % plutôt qu'à l'ensemble du passif. Cela signifie qu'en cas de désaccord au sujet de l'écart utilisé pour l'actualisation, il n'influe que sur 10 % de la valeur par rapport au passif global, d'où une valeur plus stable de l'excédent et du passif.

En conclusion, nous avons proposé dans le présent article une nouvelle méthode pour calculer un excédent économique stable pour une branche d'assurance, qui permet de mieux gérer l'activité à l'aide de mesures plus pertinentes de la GAP. Cette méthode devrait être davantage acceptée par l'industrie, car elle répond à bon nombre des préoccupations que soulèvent les méthodes actuelles. □



Dariush Akhtari, FSA, FICA, MAAA, est chef du service d'actuariat, GAP et modèles économiques chez AXA-Equitable. On peut le joindre à [dariush.akhtari@gmail.com](mailto:dariush.akhtari@gmail.com).

## NOTES

- <sup>1</sup> L'expression « bruit du marché » est utilisée dans le contexte de l'assurance et elle désigne la variation de la valeur d'une société qui ne tient pas compte de l'humeur globale du marché.
- <sup>2</sup> American Academy of Actuaries, 2011.
- <sup>3</sup> L'expression « taux de rendement ajusté en fonction du risque » s'entend d'un taux qui peut être utilisé pour actualiser les flux de trésorerie prévus (ou de meilleure estimation) d'un instrument afin de reproduire la somme de la valeur marchande de l'instrument et de son coût en capital. À cet égard, l'expression « flux de trésorerie prévus ou de meilleure estimation d'un instrument du marché » a trait aux flux de trésorerie calculés à l'aide des hypothèses par défaut de meilleure estimation de la direction. L'ajustement pour risque couvre les frais qui ont pour but de tenir compte de la somme qu'exigerait un participant du marché pour accepter le risque de défaut (car les défauts pourraient s'avérer beaucoup plus importants que prévu).
- <sup>4</sup> Koursaris, 2011; Hørig et Leitschkis, 2012.
- <sup>5</sup> American Academy of Actuaries, 2011.
- <sup>6</sup> Les flux de trésorerie rajustés en fonction des expositions en cas de défaut sont créés en supposant des taux de défaut de meilleure estimation dans la projection des flux de trésorerie de l'actif. Les taux de défaut de meilleure estimation sont considérés comme des hypothèses réalistes par opposition à des hypothèses conformes au marché ou à risque neutre, qui renferment des primes que les participants exigent pour accepter que le risque de défaut soit plus élevé que prévu. Par exemple, si le taux de défaut de meilleure estimation d'un actif au cours de l'année est de 1 %, et si le flux de trésorerie conditionnel (ou promis) de l'actif équivaut à 100 \$ dans un an, le flux de trésorerie rajusté en fonction des expositions en cas de défaut serait 99 \$.
- <sup>7</sup> Un certain nombre de matrices de transition approuvées par l'industrie (p. ex., Moody's) proposent des hypothèses de défaut de meilleure estimation pour bon nombre d'instruments du marché, en plus de la probabilité de transition de l'actif d'une cote à l'autre.
- <sup>8</sup> Pour bien comprendre la méthode du coût du capital, consulter American Academy of Actuaries (2011). En bref, chaque hypothèse est soumise à un choc à un niveau de confiance souhaité de conservation du capital, par exemple 99,5 %. Les flux de trésorerie actualisés du passif réduits du passif de meilleure estimation sont considérés comme le capital requis pour cette hypothèse. Ce montant de capital doit être calculé pour toutes les années futures (capital projeté). Un coût doit être utilisé pour ce capital, par exemple 6 % (cela suppose que les investisseurs exigent un rendement de 10 % et que la société obtient 4 % sur ce capital, d'où des frais de 6 %). Dans cet exemple, une valeur actualisée de 6 % des capitaux projetés représente le coût du capital pour cette hypothèse. Essentiellement, il s'agit du coût à payer pour qu'un éventuel acheteur du risque assume le risque.
- <sup>9</sup> American Academy of Actuaries, 2011.
- <sup>10</sup> Si  $S^*$  comprend déjà la VTOGF calculée à partir d'un ensemble de scénarios stochastiques, seuls la CRRNC et le CFCR seraient soustraits de  $S^*$  pour obtenir la VME.
- <sup>11</sup> American Academy of Actuaries, 2011.

## RÉFÉRENCES

AIA, AIG, Allianz, AVIVA et Manuvie. *ICS Valuation: Achieving a Single, Coherent Discounting Approach Through Own Assets With Guard Rails ("OAG")*, Document de travail, Bâle (Suisse), Association internationale des contrôleurs d'assurance. <https://www.iaisweb.org/file/63573/own-assets-with-guard-rails-liability-discounting-proposal-from-volunteers> (consulté le 6 août 2019).

American Academy of Actuaries 2011, *Market Consistent Embedded Value*. Washington, D.C.: American Academy of Actuaries, <https://www.actuary.org/pdf/life/MCEV%20Practice%20Note%20Final%20WEB%20031611.pdf> (consulté le 6 août 2019).

Hørig, Mario et Michael Leitschkis. 2012. *Solvency II Proxy Modelling via Least Square Monte Carlo*. Seattle: Milliman, <http://www.milliman.com/uploadedFiles/insight/life-published/solvency-ii-proxy-modelling.pdf> (consulté le 6 août 2019).

Koursaris, Adam. 2011. *Replicating Portfolios to Calculate Capital*. Document de travail, Édembourg (Royaume-Uni), Barrie et Hibbert.

Meli, Roger, Daphne de Leval et George Garston. 2018. *Volatility Adjustment Under the Loop*. Document de travail, Zurich, Deloitte, <https://www2.deloitte.com/content/dam/Deloitte/ch/Documents/financial-services/ch-fs-volatility-adjustment-under-the-loop-final.pdf> (consulté le 6 août 2019).

Ng, Kwok Yuen et Bruce Phelps. 2010. *Capturing Credit Spread Premium: Alternative Benchmarks for Credit Investors*. London: Barclays Capital, <https://www.scribd.com/document/223427181/Ng-Phelps-2010-Barclays-Capturing-Credit-Spread-Premium> (consulté le 6 août 2019).

**SAVE THE DATE**

# Equity-Based Insurance Guarantees Conference

**NOV. 11-12, 2019 • CHICAGO, IL**



The Equity-Based Insurance Guarantees Conference is the only global event of its kind. With a content scope reflecting the recent market shifts in consumer interest, it's designed to give risk-management, product development and valuation professionals an understanding of how to better quantify, monitor and manage the complex risks underlying fixed-indexed and variable annuity products. It will feature experts on relevant issues, including valuation, reserving, product development, sound risk-management practice and current market environment.

**DEVELOPED BY:**



# Introduction à la recherche sur l'élaboration d'un cadre de référence pour les investissements guidés par le passif (IGP)

Par Kailan Shang et Zakir Hossen

Dans les régimes de retraite à prestations déterminées (régimes PD), les stratégies d'investissements guidés par le passif (IGP) gagnent en popularité comme moyen de réduire les risques associés au passif des régimes de retraite. La philosophie de l'IGP à l'égard des caisses de retraite est semblable à celle de la gestion de l'actif-passif dans le secteur des services bancaires et de l'assurance. Il s'agit d'une approche systématique visant à équilibrer la couverture du passif au titre des régimes de retraite et la croissance de l'actif de retraite.

La modélisation et la mise en œuvre de l'IGP pour les régimes de retraite posent quelques défis. Dans un contexte de faibles taux

d'intérêt, d'autres formes de placements, comme l'immobilier, le capital-investissement, l'infrastructure et les produits de base sont utilisés pour soutenir le rendement élevé attendu des actifs. Ces catégories d'actifs sont moins liquides ou sont largement tributaires de facteurs précis en plus de la tendance générale du marché. L'interdépendance des sous-catégories d'actifs d'un portefeuille d'actifs de retraite doit également faire l'objet d'une analyse minutieuse. L'IGP s'attarde non seulement à des scénarios normaux, mais aussi à des scénarios de crise. L'interdépendance est habituellement plus forte dans les scénarios de crise. En raison de la nature à long terme des régimes PD, les tendances économiques cycliques doivent également être intégrées aux scénarios économiques. L'analyse de l'IGP doit reposer sur des scénarios généraux, cohérents et réalistes.

Pour bien comprendre ces défis, un modèle de référence de l'IGP a été élaboré dans le cadre de recherches parrainées par le Retirement Section Research Committee et le Committee on Finance Research de la Society of Actuaries (SOA). Le modèle commence par un générateur de scénarios économiques, qui comprend des facteurs économiques fondamentaux et le rendement des actifs. Le générateur de scénarios économiques fait le pont entre l'actif et le passif dans le modèle de référence de l'IGP. L'exposition des actifs et des passifs à des facteurs communs intégrés aux scénarios peut être évaluée. Dans le cadre du modèle de référence de l'IGP, le résultat financier des stratégies d'IGP peut être établi dans différents scénarios. Ce modèle permet aux utilisateurs de tester différentes stratégies d'IGP aux fins de la répartition de l'actif. Le modèle est également utile pour mesurer, optimiser et gérer les risques découlant du non-appariement de l'actif et du passif des régimes de retraite. Un outil Excel (qui accompagne le présent rapport) a également été mis au point pour illustrer le modèle de référence de l'IGP au moyen d'exemples numériques.

Les documents de recherche, y compris un rapport de recherche complet et l'outil Excel, se trouvent sur le site Web de la SOA à l'adresse [www.soa.org/resources/research-reports/2019/liability-driven-investment/](http://www.soa.org/resources/research-reports/2019/liability-driven-investment/).



Kailan Shang, FSA, AICA, CFA, PRM, SCJP, est directeur associé chez Aon PathWise Solutions Group, Canada. On peut le joindre à [kevin.shang@aon.com](mailto:kevin.shang@aon.com).

Zakir Hossen, M.A., M.A., est vice-président et analyste financier principal en analyse quantitative à la Bank of America. On peut le joindre à [zakir.hossen@bankofamerica.com](mailto:zakir.hossen@bankofamerica.com).



# Earn a Credential from The CAS Institute

## Introducing Professional Credentials in Catastrophe Risk Management

Working Knowledge  
Credential

**Certified Specialist  
in Catastrophe Risk  
(CSCR)**

Knowledge & Skill Mastery  
Credential

**Certified Catastrophe Risk  
Management Professional  
(CCRMP)**

62%

Learn more at [CatRiskCredentials.org](http://CatRiskCredentials.org)

### Why a Credential from The CAS Institute?



#### SPECIALIZED

Our credential recognizes expertise in the highly specialized area of predictive analytics for property and casualty insurance applications.



#### RIGOROUS

Our credential leverages the integrity and relevance of the CAS's educational standards, which have been recognized globally for over 100 years.



#### IMPACTFUL

Our credential strengthens analytical teams by providing resources and a practice community for the insurance industry's quantitative professionals.

**The CAS Institute is a subsidiary of the Casualty Actuarial Society (CAS) providing specialized credentials to quantitative professionals in the insurance industry.**

# Méthodes d'évaluation des flux de trésorerie qui dépassent la courbe de rendement maximale

Par Benjamin Leiser et Jack Kerbeshian

**E**n 2018, le cabinet Risk & Regulatory Consulting a mené une étude sur les méthodes utilisées pour extrapoler la courbe de rendement afin d'évaluer les flux de trésorerie du passif qui s'étendent au-delà de la portion maximale observable de la courbe de rendement. Cette étude a été parrainée par le Committee on Finance Research de la Society of Actuaries (SOA). Nous avons effectué des recherches sur les méthodes disponibles en théorie et utilisées en pratique et nous avons également élaboré et fourni des questionnaires à un vaste groupe d'experts en la matière très bien représentés dans l'industrie pour commenter ces méthodes, dans le but de donner une vue d'ensemble des méthodes d'extrapolation de la courbe de rendement. Nous avons élaboré le questionnaire d'entrevue à partir d'un premier examen des ouvrages disponibles et nous avons abordé des sujets tels :

- les approches sectorielles pour extrapoler la courbe de rendement et les situations (produits spécifiques, applications particulières) dans lesquelles chaque méthode est utilisée;



- les principales hypothèses et méthodes prises en compte dans l'extrapolation de la courbe de rendement;
- les avantages et les inconvénients des diverses approches;
- les problèmes pratiques découlant de diverses méthodes.

Nous avons ensuite ajouté à la recherche initiale les résultats du sondage et des entrevues, y compris les problèmes théoriques et pratiques relevés au sujet des méthodes. La recherche et le sondage comportaient tous deux des détails sur la façon dont ces méthodes sont appliquées, ainsi que des observations sur les avantages, les inconvénients et la prévalence de leur utilisation. Le présent article résume notre étude. La version intégrale du rapport, y compris un résumé des points de vue des experts, se trouve sur le site Web de la SOA ([www.soa.org/resources/research-reports/2019/yield-curve-report/](http://www.soa.org/resources/research-reports/2019/yield-curve-report/)).

## APERÇU

L'un des concepts les plus fondamentaux de la pratique actuarielle réside dans la valeur temps de l'argent. Pour tous les travaux dans le cadre desquels des flux de trésorerie futurs sont autorisés, notamment le provisionnement ou la tarification, il est naturel de recourir à l'actualisation pour qu'un montant d'argent suffisant puisse être réservé aujourd'hui, ce qui permet un rendement futur des placements.

Les courbes de rendement sans risque constituent la pierre angulaire de l'évaluation des créances financières futures et des travaux de gestion des risques à long terme. Malgré leur importance fondamentale, il s'avère que la mesure et l'estimation de taux d'intérêt sans risque convenables posent des défis de taille.

Le passif à long terme des institutions financières dépasse souvent celui des instruments disponibles sur le marché. Pour déterminer la valeur de ces créances à long terme et évaluer le risque, les spécialistes doivent extrapoler les courbes de rendement pour générer un ensemble de « prix » pour les prix supposés et déduits des obligations à escompte au-delà de l'échéance du flux de trésorerie négocié le plus long. Une bonne méthode d'estimation de la courbe de rendement doit produire des courbes extrapolées qui sont crédibles à un moment précis et pour lesquelles les variations des taux extrapolés dans le temps peuvent être justifiées.

## EXTRAPOLATION

La construction des courbes de rendement exige deux tâches fondamentales : premièrement, la collecte de données du marché et l'application d'une courbe continue jusqu'à l'échéance de l'instrument du marché le plus long et fiable, et deuxièmement, extrapoler à partir des données de marché fiables les plus longues vers une certaine hypothèse à long terme des taux d'intérêt à terme.

L'extrapolation exige également la réponse à deux questions au sujet de la trajectoire des taux d'intérêt à terme au-delà du point de données du marché le plus long :

1. Quelle hypothèse convient au taux d'intérêt à terme inconditionnel à échéance infinie?
2. Quelle est la trajectoire choisie entre le taux à terme du marché le plus long (lissé) et ce taux à long terme? Plus particulièrement, l'analyste doit déterminer la vitesse à laquelle le taux à terme extrapolé tend vers l'asymptote à long terme.

Une bonne méthode d'estimation de la courbe de rendement doit produire des courbes extrapolées qui sont crédibles à un moment précis et pour lesquelles les variations des taux extrapolés dans le temps peuvent être justifiées.

L'objectif initial de l'extrapolation de la courbe de rendement selon de nombreuses méthodes consiste à déterminer un taux à terme ultime à long terme (TTU) vers lequel convergera la courbe de rendement observable. Les composantes du TTU sont les suivantes (a + b + c - d) :

- a. L'inflation future attendue.
- b. Le taux réel attendu à court terme, qui correspond au taux nominal attendu à court terme réduit de l'inflation future attendue.
- c. Les primes de terme, c'est-à-dire les rendements additionnels auxquels un investisseur peut s'attendre à titre de compensation pour l'investissement à long terme, sont représentées par la différence entre le taux à terme et le taux d'intérêt futur attendu à court terme. La prime de terme sert de compensation pour la conservation d'obligations à long terme, dont la valeur fluctue en raison de l'incertitude des taux d'intérêt, exposant le détenteur à des pertes aux prix du marché. Les primes de terme comportent les éléments suivants :
  - **Primes de risque.** Pour immobiliser des placements à long terme, les investisseurs exigent une prime qui sert de compensation pour la conservation d'obligations à long terme, dont la valeur fluctue en raison de l'incertitude des taux d'intérêt, exposant le détenteur à des pertes aux prix du marché (à ne pas confondre avec les primes de risque de crédit et les primes de risque lié aux capitaux propres).

- **Préférence de terme.** La demande de titres d'État à long terme de la part des grands investisseurs institutionnels peut entraîner une baisse des taux à terme à long terme parce que les obligations à long terme offrent un meilleur appariement avec le passif et constituent des investissements moins risqués pour ces investisseurs.
- d. Les effets de la convexité. Les placements à revenu fixe ont une convexité positive, ce qui peut faire en sorte que les obligations à long terme se négocient à des valeurs plus élevées (rendements plus faibles). L'ajustement de la convexité découle de la relation non linéaire (convexe) entre les taux d'intérêt et les prix des obligations.

## EXEMPLES DE MÉTHODES

Lorsque le TTU est déterminé, l'étape suivante consiste à établir la méthode pertinente pour étendre ou extrapoler la courbe de rendement au-delà de l'univers actuel des placements. Dans la présente section, nous énumérons plusieurs méthodes et quelques détails sur chacune.

### La méthode d'extrapolation simple

Cette méthode d'extrapolation simple est facile à appliquer. Elle comporte deux variantes :

- **La méthode monopôle simple.** Cette méthode suppose un seul taux à terme constant pour toutes les durées supérieures à 30.
- **La méthode dipôle simple.** Cette variante utilise le taux à terme maximal observable (souvent 30 ans) au-delà de ce point.

### La méthode d'extrapolation à taux fixe

La méthode d'extrapolation à taux fixe est semblable à la méthode d'extrapolation simple. Elle suppose que le taux au comptant observable le plus long est prolongé indéfiniment dans toute la partie non observable de la courbe de rendement. Pour toute extrapolation, le taux long est garanti et il est limité; toutefois, il ne demeurera pas constant d'une période à l'autre. L'utilisation de la courbe de rendement observable est faible, car l'extrapolation repose entièrement sur le taux observable le plus long. Le seul facteur qui sous-tend le modèle est le taux observable le plus long, et bien que ce taux soit fondé sur une quantité négociable, il pourrait être limité lorsque la liquidité est faible.

### Méthode d'extrapolation linéaire de premier ordre

La méthode d'extrapolation linéaire de premier ordre suppose l'existence d'une relation linéaire de premier ordre entre les taux à terme au-delà du plus long taux au comptant observable. Les deux facteurs qui sous-tendent le modèle sont le gradient (pente des taux) et l'échelle (niveau des taux). Si les deux

facteurs sont déterminés exclusivement à partir de la courbe de rendement observable, ils pourront être couverts. Cette méthode suppose que les taux à terme au-delà de  $M$  années suivent une progression linéaire de premier ordre de la forme

$$f_+(\tau) = a + b \times \tau, \tau > M,$$

où

- $a$  et  $b$  sont les paramètres de l'extrapolation, estimés au moyen des moindres carrés;
- $\tau$  représente la durée du taux à terme;
- $M$  représente le terme du taux au comptant observable (et négociable) le plus long.

### Autres méthodes d'extrapolation linéaire de premier ordre

Il convient de discuter de deux autres méthodes d'extrapolation de premier ordre :

- **Méthode d'extrapolation des taux au comptant selon la puissance.** Ce modèle suppose que les taux à terme au-delà du plus long taux au comptant observable suivent une relation de puissance. Cette méthode suppose que les taux à terme au-delà de  $M$  années suivent une progression de puissance de la forme
 
$$f_+(\tau) = a \times \tau^b, \tau > M.$$
- **Méthode d'extrapolation des taux au comptant exponentiels.** Cette méthode suppose que les taux à terme

au-delà du taux au comptant observable le plus long suivent une relation exponentielle. Elle suppose que les taux à terme au-delà de  $M$  années suivent une progression exponentielle de la forme

$$f_+(\tau) = a \times e^{b\tau}, \tau > M.$$

### Méthodes d'extrapolation de Nelson-Siegel/Svensson

Les méthodes d'extrapolation de Nelson-Siegel/Svensson font moins appel aux taux au comptant à 30 ans aux fins d'extrapolation; par conséquent, les portefeuilles de couverture dérivés à l'aide de ces méthodes tendent à être fortement répartis entre les taux d'intérêt négociables et observables.

Aux fins de la méthode de Nelson-Siegel, la courbe au comptant est exprimée comme une combinaison linéaire de trois fonctions comportant des formes différentes : une courbe plate, une courbe inclinée et une courbe en forme de bosse. La méthode de Svensson est un prolongement du modèle de Nelson-Siegel qui ajoute une courbe en forme de bosse et qui permet de modéliser un ensemble plus diversifié de courbes de rendement.

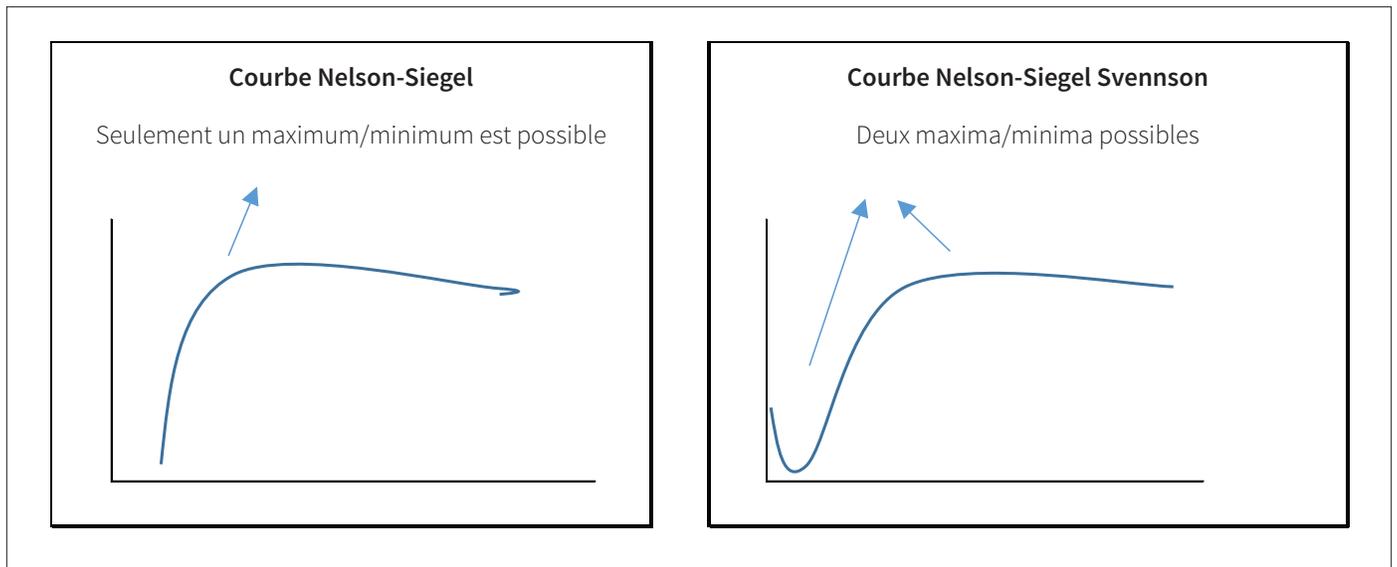
L'estimation de la courbe des taux à terme est représentée par

$$f_t(\tau) = \beta_{1,t} + \beta_{2,t}e^{-\tau/\lambda} + \beta_{3,t}(\tau/\lambda)e^{-\tau/\lambda},$$

où

- $\tau$  représente la durée du taux à terme,
- $\beta_{1,t}, \beta_{2,t}, \beta_{3,t}$  représentent des variables stochastiques temporelles;
- $\lambda$  est un paramètre de forme.

Figure 1  
Comparaison du modèle de Nelson-Siegel et de la courbe de Nelson-Siegel/Svensson



La méthode de Svensson propose un prolongement du modèle de Nelson-Siegel en ajoutant un autre élément en forme de bosse, comme le montre la figure 1.

### Méthode d'extrapolation de Smith-Wilson

La méthode d'extrapolation de Smith-Wilson est une catégorie de modèles dans lesquels le taux à terme à long terme est un paramètre d'entrée fixe qui ne varie pas dans le temps à mesure qu'évoluent les prix des obligations. Elle permet aux taux à terme à long terme de converger vers le taux « infini » choisi et elle offre une base solide pour couvrir le risque de taux d'intérêt à long terme.

Les paramètres d'entrée sont les suivants :

- le TTU;
- $\alpha$ , la vitesse de convergence vers le TTU.

Smith-Wilson suppose que le facteur d'actualisation  $P(\tau)$ , au temps  $t$  est déterminé par

$$P_t(\tau) = e^{-f\tau} + \sum \xi_{i,t} K_i(\tau) \text{ (somme de } i = 1 \text{ to } I),$$

$$K_i(\tau) = \sum c_{ij} W(\tau, u_j) \text{ (somme de } j = 1 \text{ to } J),$$

$$W(\tau, u) = e^{-f\alpha(\tau+u)} [\alpha \min\{\tau, u\} - e^{\alpha \max\{\tau, u\}} \sinh(\alpha \min\{\tau, u\})],$$

où

- $c_{i,j}$  représente le  $j^{\text{e}}$  flux de trésorerie de la  $i^{\text{e}}$  obligation servant à étalonner la fonction de prix  $u_j$  représente la durée des flux de trésorerie respectifs;

- $\xi$  représente une série de paramètres variables dans le temps utilisés pour ajuster la courbe de rendement réelle;
- $K$  représente un ensemble de fonctions à noyau pour chaque prix d'obligation observable d'entrée;
- $W$  est une fonction symétrique appelée « fonction de Wilson ».

### La méthode d'extrapolation spline cubique

La méthode d'extrapolation fondée sur la spline cubique prolonge la spline cubique utilisée pour ajuster les données du marché à l'horizon inconditionnel. Il s'agit d'une catégorie de modèles dans lesquels le taux à terme à long terme est un paramètre d'entrée fixe qui ne varie pas dans le temps à mesure qu'évoluent les prix des obligations. Elle permet aux taux à terme à long terme de converger vers le taux « infini » choisi.

### COMPARAISON DES MÉTHODES DE NELSON-SIEGEL, DE SVENSSON ET DE SMITH-WILSON

Dans le tableau 1, nous comparons certaines des méthodes « complexes » les plus souvent utilisées.

Les méthodes de Nelson-Siegel et de Smith-Wilson sont très différentes dans leur formulation. Aux fins d'extrapolation, la méthode de Smith-Wilson s'appuie sur la dernière observation connue (au dernier point liquide [DPL]) et sur le TTU défini, et la courbe est créée d'après une moyenne pondérée tenant compte des deux pour la période de convergence. Pour sa part, la méthode de Nelson-Siegel utilise toutes les données observées pour ajuster une courbe, puis elle utilise les poids factoriels, ou coefficients de

Tableau 1  
Comparaison des méthodes « complexes » fréquemment utilisées

Modèle	Avantages	Inconvénients
Nelson-Siegel	Les trois composantes fournissent suffisamment de souplesse au modèle pour saisir les courbes monotones, à bosse et de type S souvent observées dans les données sur les courbes de rendement.	Très peu linéaire; selon les rapports, cause des problèmes d'estimation.
	Les paramètres sont faciles à estimer et s'accompagnent d'explications simples et intuitives.	Ne peut traiter toutes les formes des courbes de rendement.
	Largement utilisée par les banques centrales et les spécialistes.	Suppose que les taux à terme sont toujours positifs et que le facteur d'actualisation approche de zéro à mesure qu'augmente l'échéance.
Svensson	Peut s'adapter plus facilement aux structures à terme avec plus d'un maximum ou minimum local, ce qui permet une gamme plus étendue et plus compliquée de courbes de rendement.	Aucune amélioration importante des estimations par rapport au modèle de Nelson-Siegel. Très peu linéaire, ce qui peut rendre difficile l'estimation du modèle. Le surparamétrage du modèle peut causer des problèmes de convergence.
Smith-Wilson	Peut être appliqué aux données brutes du marché.	Exige un jugement d'expert pour le choix du facteur alpha (la vitesse de convergence vers le taux à terme ultime).
	Correspond parfaitement aux données de marché liquides.	$P(t)$ , le facteur d'actualisation, peut devenir négatif.

composante, pour extrapoler le reste de la courbe au-delà du DPL. La méthode de Svensson est un prolongement de la méthode de Nelson-Siegel à laquelle on ajoute un deuxième facteur de « bosse » à moyen terme avec un paramètre de déclin distinct.

## ÉCHANTILLON DES POINTS DE VUE DES PARTICIPANTS

Les participants experts de l'industrie ont reçu des questionnaires pour commenter les méthodes utilisées pour extrapoler la courbe de rendement, tant en pratique qu'en théorie. Vous trouverez ci-dessous quelques unes des réponses qu'ils nous ont fournies et qui ont contribué à compléter notre recherche sur les diverses méthodes couramment utilisées pour extrapoler la courbe de rendement.

De nos jours, bon nombre d'entre eux ont tendance à utiliser la méthode de Smith-Wilson lorsqu'elle leur est imposée et la spline cubique de Nelson-Siegel (méthode SCNS) dans les autres cas. Le principal avantage de la méthode SCNS est le suivant : lorsqu'elle est correctement paramétrée, elle permet de produire des courbes de façon très automatisée tout en respectant avec fiabilité les critères de qualité :

- bonne qualité d'ajustement aux données du marché;
- transition harmonieuse entre les données du marché et la phase d'extrapolation;
- convergence appropriée vers le TTU.

Une limite potentielle a trait au paramétrage, qui nécessite un certain soin dans la configuration, mais l'opération est réalisable avec une attention et une expertise pertinentes.

Voici quelques problèmes pratiques qui ont découlé des diverses méthodes appliquées :

- De nombreuses approches semblent très complexes, tout en exigeant beaucoup de jugement et de discrétion.
- Toute méthode non fondée sur l'établissement de la courbe des taux à terme futurs peut donner lieu à des modèles inhabituels et irréalistes de taux à terme.
- De façon générale, les méthodes paramétriques ne disposent pas de la souplesse nécessaire pour bien ajuster les données du marché et le comportement d'extrapolation, surtout en ce qui concerne l'évaluation du passif, ce qui constitue une exigence fondamentale.
- Il se peut que les extrapolations ponctuelles soient potentiellement trop simplifiées (en particulier dans les marchés où le passif est plus long que l'instrument négocié à la date la plus éloignée) et ne tiennent pas compte de la préférence de nombreux spécialistes pour un TTU.
- Une courbe de taux d'actualisation à 50 ans (ou 200 trimestres) rend la courbe un peu difficile pour

les évaluations où le taux à long terme est moins pertinent. Certains actuaires préfèrent une approche plus simple pour leurs évaluations.

- Il peut être difficile de réfléchir au dernier point liquide.
- L'obtention de l'accord des intervenants est toujours un défi.

Lorsqu'elle est correctement paramétrée, la méthode SCNS permet de produire des courbes de façon très automatisée tout en respectant avec fiabilité les critères de qualité.

Toute méthode d'extrapolation comporte un risque important, et comme il est difficile d'évaluer le risque potentiel, l'exactitude et le biais de diverses méthodes, il peut être approprié de choisir de consacrer plus de ressources à l'évaluation du risque de toute structure de taux proposée qu'à l'établissement de « meilleures » prévisions.

- Pour le TTU, y compris des composantes comme l'inflation attendue et le taux réel à court terme attendu, le taux prend habituellement la forme d'une combinaison de jugement et d'exigences publiées officiellement. En règle générale, une extrapolation simple des taux au comptant et des taux à terme à long terme courants est utilisée. À l'aide de chacune des composantes, ces taux sont estimés à partir de données historiques regroupées (sur plusieurs devises). Il est utile de consulter d'autres taux à long terme (comme les rapports intergénérationnels du gouvernement) ainsi que des données historiques sur les obligations à longue échéance pour en vérifier le caractère raisonnable. Le TTU tient compte des attentes de taux d'intérêt réel et d'inflation à long terme. Les primes de terme et l'ajustement de la convexité ne sont pas pris en compte dans la détermination du TTU.
- Pendant la durée du TTU, un participant a déclaré qu'il manquait quelque chose de définitif et que l'utilisation d'une période de 20 ans est une approche raisonnable. Un autre a déclaré avoir recours à une période de 30 ans, puis l'appliquer sur 30 autres années. Certains commentaires étaient plus généraux, notamment « au besoin, pour l'application de la tarification des produits et aussi longtemps qu'il le faut pour la projection ». D'autres vont jusqu'à 50 ans, ce qui semble plausible lorsqu'on examine d'autres pays avec des obligations à plus long terme (R.-U./Canada/É.-U.). La durée dépend du dernier point liquide pour les données du marché et d'une période de convergence raisonnable.

- La vitesse de convergence avec le TTU repose sur le jugement et les données historiques, et elle pourrait être définie par une méthode simple. Un participant a déclaré que la convergence est linéaire entre environ 15 ans et 50 ans.
- La forme et la douceur de la transition à partir des taux observés jusqu'au taux extrapolé produit par l'algorithme pourraient être définies par une méthode simple. La douceur de la transition est un facteur important. Certains préfèrent une transition plus harmonieuse, tandis que d'autres indiquent que la transition devrait passer de la discontinuité à la douceur. L'interpolation linéaire est une transition populaire même si elle est légèrement non intuitive par rapport à une courbe de décroissance.
- Les mécanismes ou processus utilisés pour ajuster la courbe comprennent les moindres carrés avec un certain jugement, les processus automatisés, mis en œuvre comme optimisation de résolution dans Excel, la programmation linéaire et une méthode d'interpolation appelée « convexe monotone », qui garantit que les taux à terme continus sont positifs.

De nombreux participants semblent convenir qu'il n'y a pas de « bonne » réponse; par conséquent, la facilité d'explication, la simplicité et la cohérence avec les marchés à longs taux observables peuvent être plus importantes que la « pureté » théorique.

## CONCLUSION

Il importe de reconnaître que ces méthodes d'extrapolation sont des modèles, et que les modèles et les hypothèses qui leur sont intégrés doivent être rigoureusement vérifiés par l'utilisateur pour garantir l'applicabilité du modèle et la pertinence des hypothèses aux fins pour lesquelles il est utilisé. Il faut déterminer si les hypothèses et le modèle donnent lieu à une vision moyenne ou extrême. Une société qui souhaite être plus conservatrice peut modéliser à l'aide d'hypothèses extrêmes à la baisse, tandis qu'une autre qui recherche la stabilité peut utiliser des hypothèses plus moyennes.

Il existe une vaste gamme de méthodes de modélisation, allant des modèles linéaires simples aux modèles splines plus complexes. Un bon modèle d'extrapolation vise un juste équilibre – aspect pratique d'une part, et capacité de saisir les attributs les plus importants et les caractéristiques les plus essentielles de toute l'histoire, de l'autre.

D'après la recherche et le sondage auprès des experts de l'industrie, il semble qu'un grand nombre des méthodes utilisées dans la pratique soient semblables à celles discutées et analysées dans la documentation théorique. Les hypothèses qui sous-tendent une méthode d'extrapolation peuvent avoir des répercussions aussi importantes, voire parfois plus importantes, que la méthode technique. Toutefois, le choix de la méthode

proprement dite influe sur les résultats. L'application du taux à terme de l'année en cours, extrapolé à l'avenir, produira un résultat très différent de celui obtenu par une méthode qui s'échelonne dans le temps.

Un grand nombre d'experts semblent utiliser des modèles plus simples, misant sur la simplicité des modèles plutôt que leur complexité. Cependant, les modèles trop simples peuvent ne pas tenir compte des vrais risques et ne pas saisir correctement les événements extrêmes. En revanche, un bon modèle ne « surclasse » pas les données, ce qui réduirait la capacité de produire des simulations au-delà des données historiques proprement dites.

Un bon modèle d'extrapolation produit des résultats pertinents au regard des faits historiques. On a souvent tendance à exagérer l'importance du passé récent. En accordant trop d'importance aux risques récents, on risque d'oublier que, sur de longues périodes, l'économie peut déplacer les taux vers des endroits nouveaux et différents. En cas d'horizon à plus long terme, il faut éviter d'influencer un point de vue.

Dans le cadre de notre recherche et du sondage décrit dans le présent article, nous avons examiné de plus près quelques-unes des méthodes les plus populaires, chacune ayant ses propres avantages et inconvénients. Nous n'avons pas été étonnés de constater qu'en choisissant une méthode d'extrapolation, les utilisateurs doivent déterminer la meilleure façon de répondre à leurs besoins particuliers. Bon nombre des participants ont déclaré que leur méthode est simple et adéquate. Ils croient que d'autres méthodes font intervenir des calculs plus complexes sans beaucoup de preuves qu'elles sont davantage justifiables sur le plan théorique. Comme l'a déclaré un participant, on s'efforce d'utiliser le modèle le plus simple possible, mais pas plus simple qu'il le faut pour être conforme aux principes du marché et de l'économie. □

*Nous tenons à remercier la SOA et le Groupe de surveillance des projets pour leur contribution et leur soutien pendant tout le processus de recherche.*



Benjamin Leiser, FSA, MAAA, est actuaire-conseil chez Risk & Regulatory Consulting. On peut le joindre à [ben.leiser@riskreg.com](mailto:ben.leiser@riskreg.com).



Jack Kerbeshian, FSA, MAAA, est expert-conseil en actuariat chez Risk & Regulatory Consulting. On peut le joindre à [jack.kerbeshian@riskreg.com](mailto:jack.kerbeshian@riskreg.com).

# TIME TO ACT:



---

## Facing the Risks of a Changing Climate

---

Canada's actuaries call for greater action on climate-related financial risks.

Read our full report and listen to the authors at [cia-ica.ca/climate](https://cia-ica.ca/climate)

Canadian  
Institute of  
Actuaries



Institut  
canadien  
des actuaires

# Publications récentes dans le domaine de la gestion du risque

**A** titre de rubrique de *Gestion du risque*, nous présentons à nos lecteurs des publications récentes que nous estimons dignes d'intérêt. Veuillez faire parvenir vos suggestions en la matière à [dscbraub@soa.org](mailto:dscbraub@soa.org) ou à [florian.richard@axaxl.com](mailto:florian.richard@axaxl.com).

Machine-Learning Methods for Insurance Applications: A Survey

**SOA**

<https://www.soa.org/globalassets/assets/files/resources/research-report/2019/machine-learning-methods.pdf>

2018 Variable Annuity Guaranteed Benefits Survey: Survey of Assumptions for Policyholder Behavior in the Tail

**SOA**

<https://www.soa.org/globalassets/assets/files/resources/research-report/2018/2018-variable-annuity-report.pdf>

2018 Universal Life with Secondary Guarantees Survey: Survey of Assumptions for Policyholder Behavior in the Tail

**SOA**

<https://www.soa.org/globalassets/assets/files/resources/research-report/2018/2018-ul-second-guarantee-survey.pdf>

Implication efficace des parties prenantes à la gestion du risque d'entreprise

**Comité de recherche de la Section conjointe de la gestion du risque**

<http://www.cia-ica.ca/docs/default-source/2018/218082f.pdf>

Copula Models of Economic Capital for Life Insurance Companies

**Comité de recherche de la Section conjointe de la gestion du risque**

<https://www.soa.org/globalassets/assets/files/resources/research-report/2019/copula-models-economic-capital.pdf>

Emerging Risks Initiative: Major Trends and Emerging Risk Radar, May 2019 Update

**CRO Forum**

[https://www.thecroforum.org/wp-content/uploads/2019/07/CRO-ERI\\_Emerging-Risk-RadarTrends\\_May-2019-Update.pdf](https://www.thecroforum.org/wp-content/uploads/2019/07/CRO-ERI_Emerging-Risk-RadarTrends_May-2019-Update.pdf)

Global Risk Management Survey 2019

**AON**

<https://www.aon.com/getmedia/e4f87881-52be-46ae-8f34-8daba97f3de2/2019-Aon-Global-Risk-Management-Survey-Exec-Summary.aspx> □





**SOCIETY OF  
ACTUARIES®**

475 N. Martingale Road, Suite 600  
Schaumburg, Illinois 60173  
p: 847.706.3500 f: 847.706.3599  
w: [www.soa.org](http://www.soa.org)